

3 ^{ème} A - B - C	Brevet blanc 1 de MATHÉMATIQUES	Coefficient : 3
Date : 16/01/2015	Collège Blanche de Castille	Note sur : 40
Durée : 2h		Présentation : /4

Consignes :

La présentation, l'orthographe et la rédaction seront notés sur 4 points.

Le sujet est composé de 8 exercices.

Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de son choix.

L'usage de la calculatrice est autorisé (il est interdit de se les échanger) ainsi que les instruments usuels de dessin.

L'énoncé n'est pas à rendre avec la copie.

Exercice 1 : (/3)

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g . Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	C2		fx	$= -5 * C1 + 7$				
	A	B	C	D	R	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. Donner l'expression de $f(x)$.
2. Calculer $f(7)$.
3. Donner l'antécédent de -3 par f .
4. On sait que $g(x) = x^2 + 4$. Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3 :H3. Quelle est cette formule ?

Exercice 2 : (/2)

On a posé à des élèves de 3^{ème} la question suivante :

« Est-il vrai que pour n'importe quelle valeur du nombre x , on a $5x^2 - 10x + 2 = 7x - 4$? »

Léa a répondu : « Oui, c'est vrai. En effet, si on remplace x par 3, on a :

$$5 \times 3^2 - 10 \times 3 + 2 = 5 \times 9 - 30 + 2 = 17$$

Et $7 \times 3 - 4 = 21 - 4 = 17$ »

Léa a-t-elle raison ?

Si oui, expliquer pourquoi son raisonnement est juste.

Sinon, expliquer pourquoi son raisonnement ne convient pas et répondre alors au problème en justifiant correctement votre réponse.

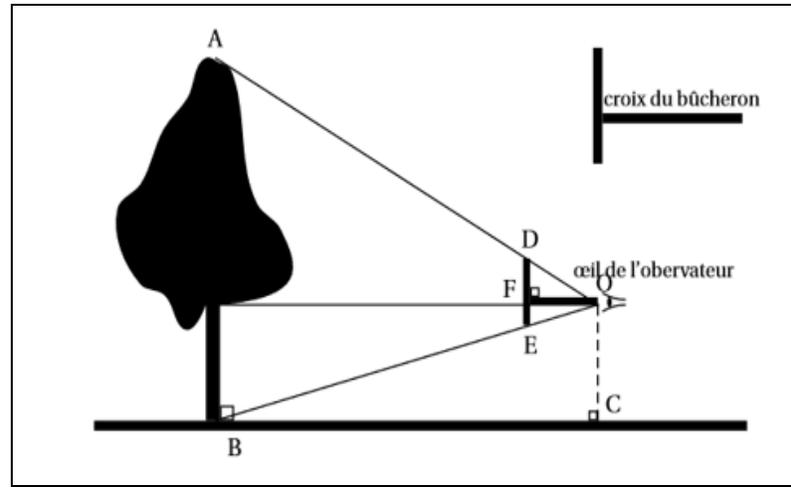
Exercice 3 : (/4)

Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-contre.

Il place la croix de telle sorte que O, D et A d'une part et O, E et B d'autre part soient alignés.

Il sait que DE = 20 cm et OF = 35 cm. Il place [DE] verticalement et [OF] horizontalement.

Il mesure au sol BC = 7,7 m.



- 1) Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ODE.

Justifier que le coefficient d'agrandissement est 22.

- 2) Calculer la hauteur de l'arbre en mètres.

- 3) Certaines croix de bûcheron sont telles que DE = OF. Quel avantage apporte ce type de croix ?

- 4) Julien enroule une corde autour du tronc de l'arbre à 1,5 m du sol. Il mesure ainsi une circonférence de 138 cm. Quel est le diamètre de cet arbre à cette hauteur ? Donner un arrondi au centimètre près.

Exercice 4 : (/5)

f et g sont les fonctions définies par :

$$f(x) = (x - 1)(11 - x) + 5(x - 1)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = 2(x - 1)(2x + 3)$$

- 1) Recopier et compléter le tableau. Aucune justification n'est demandée.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$					
$g(x)$					

- 2) Que peut-on conjecturer ? Tester cette conjecture en choisissant une autre valeur de x .

- 3) Démontrer cette conjecture en factorisant l'expression de $f(x)$.

Exercice 5 : (/5)

1. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

a) Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.

b) Calculer le volume, en cm^3 , de ce pavé droit.

c) Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?

2. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en cm^3 , d'une boule de diamètre 30cm :

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 30^3$$

$$4\pi \times 15^2$$

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$$

3. Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium.

A quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner une valeur approchée au millimètre.



Exercice 6 : (/7) QCM

Écrire la bonne réponse sur sa copie (A, B ou C) pour chaque item.

Barème : 1 point par réponse juste, 0 point si pas de réponse ou si réponse fausse.

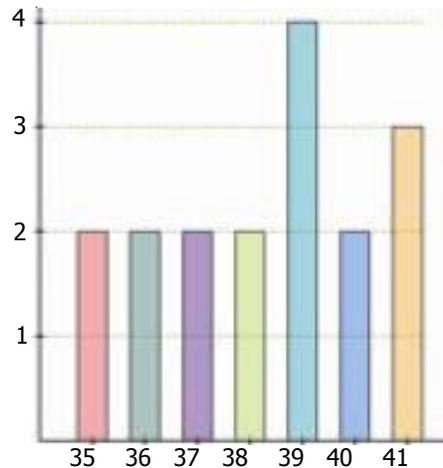
Réponses

A

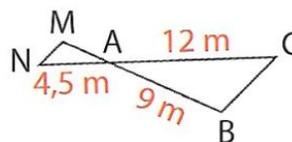
B

C

Items 1 à 4 : On considère le diagramme en bâtons donnant la répartition des pointures des élèves d'une autre classe de troisième du collège précédent.



1. L'étendue de cette série est :	3	4	6
2. L'arrondi au centième de la moyenne de cette série est :	38	38,29	38,51
3. La médiane de cette série est	38	38,5	39
4. Le premier et le troisième quartile de cette série sont respectivement :	36 et 39	36 et 40	37 et 40
5. $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{6}{7} =$	$\frac{3}{3} \times \frac{7}{6}$	$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{6}{7}$	$\frac{21}{9} - \frac{14}{9}$
6. Sous la lamelle, une cellule animale a une aire d'environ 4×10^{-7} cm ² . Grâce à un microscope, on obtient un agrandissement dont l'aire est de 10 cm ² . Le coefficient d'agrandissement est :	$2,5 \times 10^{-7}$	$2,5 \times 10^7$	5×10^3
7. Les droites (BM) et (NC) se coupent en A et les droites (MN) et (BC) sont parallèles. AN = 4,5 m ; AB = 9 m ; AC = 12 m. Alors la longueur AM est égale à...	1,5 m	3,375 m	6 m



Exercice 7 : (/7,5)

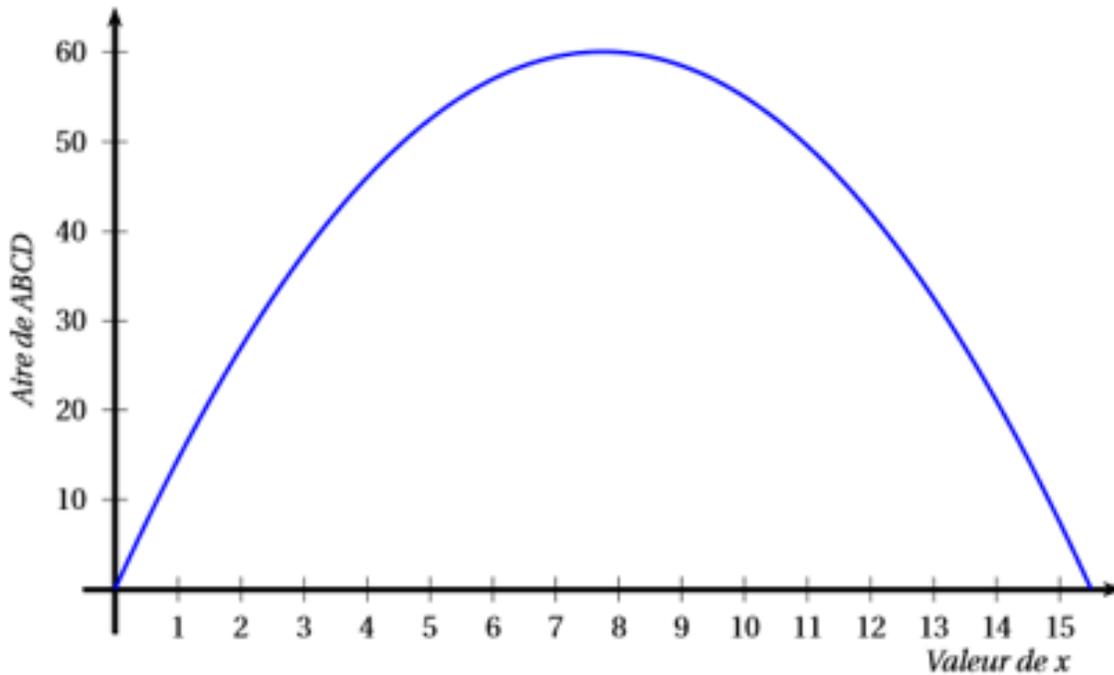
Dans cet exercice, on considère le rectangle ABCD ci-contre tel que son périmètre soit égal à 31 cm.



- 1) a) Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur ?
b) On appelle x la longueur AB.
En utilisant le fait que le périmètre de ABCD est de 31 cm, exprimer la longueur BC en fonction de x .
c) En déduire l'aire du rectangle ABCD en fonction de x .

- 2) On considère la fonction f définie par $f(x) = x(15,5 - x)$.
 - a) Quelle est l'image de 4 par la fonction f ?
 - b) Déterminer le ou les antécédents de 0 par la fonction f .

- 3) Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle ABCD en fonction de la valeur de x .



A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées :

- a) Quelle est l'aire pour $x = 3$?
 - b) Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à 40 cm^2 ?
 - c) Quelle est l'aire maximale de ce rectangle ? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue ?
- 4) BONUS

Le point A(1 ; 14,5) appartient-il à la courbe représentative de la fonction f ? Justifier par un calcul.

Exercice 8 : (/2,5)

La masse volumique de l'argent est $10,5 \text{ g/cm}^3$.

Un lingot a la forme d'un parallélépipède rectangle de 7cm de long, 4cm de large et 2 cm de haut.

Sa masse est environ égale à 1,1kg.

Sachant que la masse volumique de l'or $19,3 \text{ g/cm}^3$, ce lingot est-il en or ou en argent ?

Correction du brevet blanc n°1-2015

Exercice 1 : (/3)

1. $f(x) = -5x + 7$.
2. $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = -28$
3. A l'aide du tableau de valeurs l'antécédent de -3 par f est 2.
4. Dans la cellule B3 la formule est **=B1^2+4**

/1
/0,5
/0,5
/1

Exercice 2 : (/2)

Léa a testé l'égalité pour une seule valeur de x , égale à 3. Elle trouve que l'égalité est vraie.
 On peut trouver une valeur de x qui ne vérifie pas cette égalité, par exemple $x = 0$:
 En effet $5 \times 0^2 - 10 \times 0 + 2 = 2$ et $7 \times 0 - 4 = -4$ donc l'égalité n'est pas vraie pour n'importe quelle valeur de x .

Exercice 3 : (/4)

- 1) $BC = 7,7 \text{ m} = 770 \text{ cm}$

$$\frac{BC}{OF} = \frac{770}{35} = 22 \quad \text{Donc le coefficient d'agrandissement est 22.}$$

/1

- 2) OAB est un agrandissement de ODE, de coefficient 22.

$$\text{Donc } AB = 22 \times DE = 22 \times 20 = 440$$

Donc la hauteur de l'arbre est de 440 cm soit **4,40 m**.

/1

- 3) [BC] est un agrandissement de [OF], tout comme [AB] est un agrandissement de [DE], de même coefficient. Donc si $DE = OF$ alors $AB = BC$.

La hauteur de l'arbre sera donc égale à la distance BC.

/1

- 4) Soit D le diamètre de l'arbre à cette hauteur et P son périmètre.

$$P = \pi \times D \quad \text{soit } \pi \times D = 138 \quad \text{d'où } D = \frac{138}{\pi} \quad \text{soit } D \approx 44$$

Le diamètre de l'arbre est d'environ **44 cm**.

/1

Exercice 4 : (/5)

- 1)

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	24	-4	-6	0	14
$g(x)$	24	-4	-6	0	14

/2

- 2) Il semblerait que quelque soit le nombre relatif x , $f(x) = g(x)$.

Un autre exemple : $f(3) = 36$ et $g(3) = 36$

- 3) $f(x) = (x - 1)(11 - x) + 5(x - 1)^2$

$$f(x) = (x - 1)[(11 - x) + 5(x - 1)]$$

$$f(x) = (x - 1)(11 - x + 5x - 5)$$

$$f(x) = (x - 1)(4x + 6) \quad \text{or } (4x + 6) = 2(2x + 3) \quad \text{donc}$$

$$f(x) = 2(x - 1)(2x + 3) \quad \text{donc } f(x) = g(x).$$

/1

/2

Exercice 5 : (/5)

1. a) Figure.

$$b) V_1 = L \times l \times h = 40 \times 20 \times 30 = 24\,000$$

Le volume de l'aquarium est de **24 000 cm³**.

- c) $24\,000 \text{ cm}^3 = 24 \text{ dm}^3 = 24 \text{ L}$. Cet aquarium peut contenir **24 Litres**.

$$2. V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times 15^3 \quad (r = 30/2 = 15)$$

$$3. \text{Le volume du second aquarium est } V_3 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \pi \times 15^3 \quad \text{soit } 3375 \pi \text{ cm}^3.$$

/1
/1
/0,5
/1
/0,5

On cherche la hauteur h d'un pavé droit de longueur $L = 40$ cm et de largeur $l = 20$ cm dont le volume est de $3375 \pi \text{ cm}^3$ donc $40 \times 20 \times h = 3375 \pi$ donc $h = 3375 \pi / 800$ soit **$h \approx 13,3$ cm.**

/1

Exercice 6 : (/7) QCM

1. C 2. B 3. C 4. C 5. C 6. C 7. B

Exercice 7 : (/7,5)

1) a) $P = 2 \times L + 2 \times l$ d'où $2 \times 10 + 2l = 31$ soit $2l = 31 - 20$ soit $l = \frac{11}{2} = 5,5$.
Si la longueur du rectangle est de 10 cm alors sa largeur est de 5,5 cm.

/1

b) Soit x la longueur AB alors $2x + 2 \times BC = 31$ d'où $2x \times BC = 31 - 2x$ d'où $BC = \frac{31-2x}{2}$.

/1

c) L'aire du rectangle ABCD est $AB \times BC$

soit $x \times \frac{31-2x}{2} = x(15,5 - x)$

/0,5

2) $f(x) = x(15,5 - x)$

a) $f(4) = 4(15,5 - 4) = 4 \times 11,5 = 46$

/0,5

L'image de 4 par f est 46.

b) Pour déterminer les antécédents de 0 par f , il faut résoudre l'équation $f(x) = 0$ soit $x(15,5 - x) = 0$

Or par propriété : Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul.

Donc $x = 0$ ou $15,5 - x = 0$ soit $x = 15,5$.

L'équation admet 0 et 15,5 comme solutions.

Donc les antécédents de 0 par f sont 0 et 15,5.

/2

3) a) Si $x = 3$ cm alors l'aire est d'environ 38 cm².

/0,5

b) L'aire est égale à 40 cm² pour $x \approx 3,3$ cm et $x \approx 12,2$ cm.

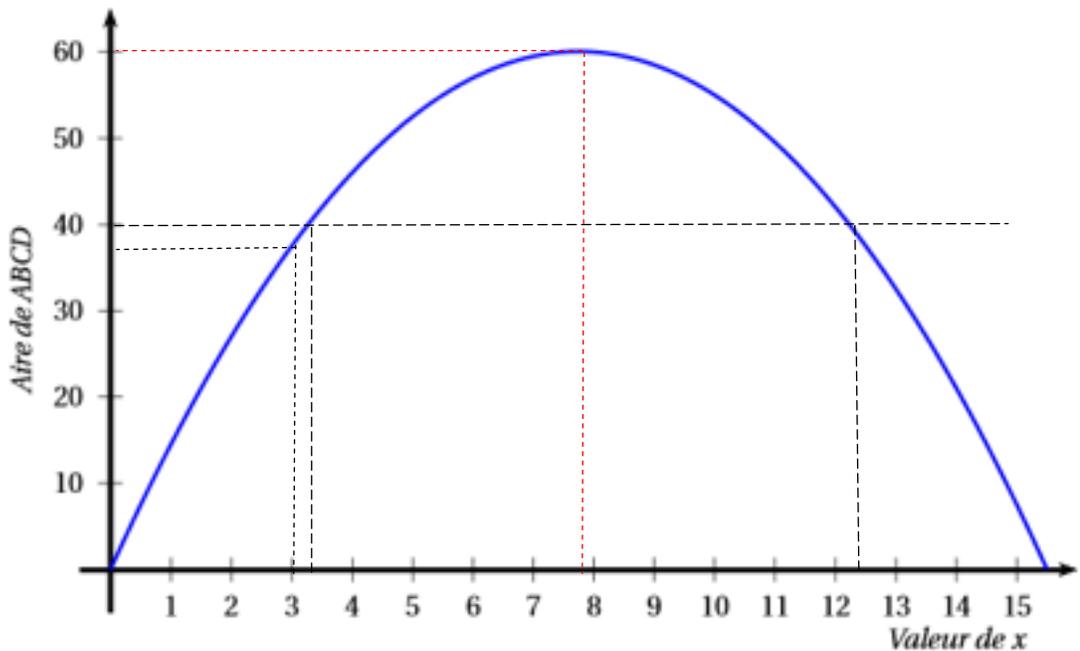
/0,5 + 0,5

c) L'aire maximale est d'environ 60 cm². Elle est atteinte pour $x \approx 7,8$ cm.

/1

d) BONUS

$f(1) = 1(15,5 - 1) = 14,5$ donc A (1 ; 14,5) appartient à la courbe représentative de f .



Exercice 8 : (/2,5)

Le volume du lingot est : $7 \times 4 \times 2$ soit **56 cm³**.

Sa masse est environ égale à 1,1kg.

Sa masse volumique est donc d'environ $1\ 100/56$ soit $\approx 19,6 \text{ g/cm}^3$, donc ce lingot est en or.