$3^{ème}$ A - B - C	**Composition 1 de MATHÉMATIQUES**	**Coefficient :** 4 **Note sur** : 40 **Présentation :** /4
Date : 13/11/2009 **Durée :** 2h	**Collège Blanche de Castille**	

Les calculatrices sont autorisées (il est interdit de se les échanger) ainsi que les instruments usuels de dessin.

La présentation, l'orthographe et la rédaction seront notées sur 4 points.
Les réponses aux questions devront être correctement numérotées.
Les 3 parties seront faites sur 3 feuilles séparées. Dans chaque partie l'ordre des exercices pourra être modifié.
L'énoncé n'est pas à rendre.
Seule la feuille ANNEXE est à rendre avec sa copie.

Partie I : Activités numériques (12 points)

Les calculs doivent être détaillés

Exercice 1 : (/2,5) On donne l'expression numérique: $A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$

1) Donner l'écriture décimale de A.
2) Donner l'écriture scientifique de A.
3) Écrire A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.
4) ***Bonus*** : Écrire A sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1

Exercice 2 : (/2,5) Pour mesurer la température nous utilisons en France, le degré Celsius (°C), alors que les Anglo-Saxons utilisent le degré Fahrenheit (°F).

1) Voici un programme de calcul qui permet de convertir en degré Fahrenheit une température exprimée en degré Celsius.

> Choisir un nombre (il représente la température en degré Celsius).
> Le multiplier par 1,8.
> Ajouter 32 au résultat.
> Le résultat obtenu est le nombre qui représente la température en degré Fahrenheit.

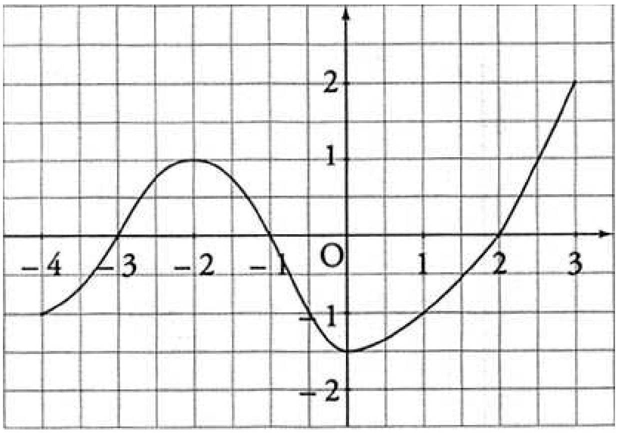
   a) Si la température est 0 °C, quelle est alors la température en degré °F ?
   b) Si la température est 100 °C, quelle est alors la température en degré °F ?
   c) Si la température est -10 °C, quelle est alors la température en degré °F ?

2) On désigne par la lettre c la température en degré Celsius et par la lettre f la température en degré Fahrenheit. Ecrire une formule qui donne f en fonction de c.

3) Si la température est 23 °F, quelle est alors la température en degré °C ?

Exercice 3 :(/4) Soit, ci-contre la représentation graphique d'une fonction f.

Répondre aux questions en faisant apparaître sur le graphique de la feuille « **Annexe** » les tracés nécessaires.



1) Donner l'image de 0 puis celle de 1 par la fonction f.

2) Lire f (2).

3) Donner les abscisses des points de la courbe d'ordonnée 1.

4) Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent par la fonction f.

5) Donner un nombre qui a trois antécédents pour la fonction f et citer ces 3 antécédents.

Exercice 4 : (/3) Répondre à chaque item par A, B ou C.

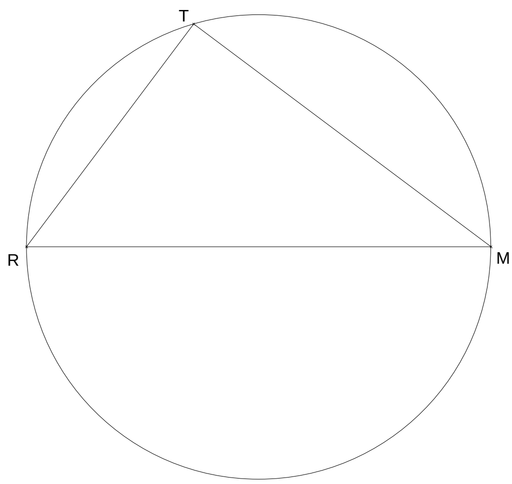
Barème : 0,75 point par réponse juste, 0 point si pas de réponse, **–** 0,25 par réponse fausse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Soit la fonction f telle que : $f(x) = -2x^2$. – 2 est l'image de : …	0	1	– 8
2.	$\dfrac{8+3\times4}{1+2\times1{,}5}$ est égal à …	23	11	5
3.	$\dfrac{\frac{7}{3}-\frac{6}{3}}{\frac{5}{6}}$ est un nombre …	rationnel non décimal	entier	décimal
4.	$\dfrac{10^{-3}\times(10^{3})^{-2}\times10^{2}}{10^{-4}\times10^{-2}}$ est égal à …	10^{6}	10^{-13}	10^{-1}

Partie II : Activités géométriques (12 points)

Exercice 5 :(/6) (C) est le cercle de diamètre [RM] avec RM = 10 cm.

Soit T un point de (C) tel que RT = 6 cm.



1) Faire une figure à l'échelle

2) Démontrer que le triangle RTM est rectangle.

3) Montrer que TM = 8 cm.

4) S est un point de la demi-droite [TM) tel que TS = 10 cm.

La droite perpendiculaire à (TM) passant par S coupe (RM) en H.

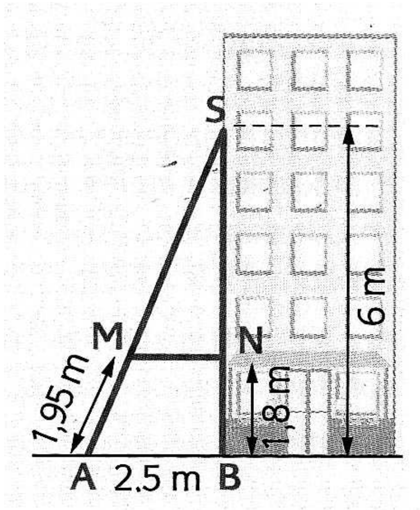
a) Compléter la figure de la question 1)
b) Démontrer que les droites (SH) et (RT) sont parallèles.
c) Calculer SH.

<u>Exercice 6 :</u>(/3)

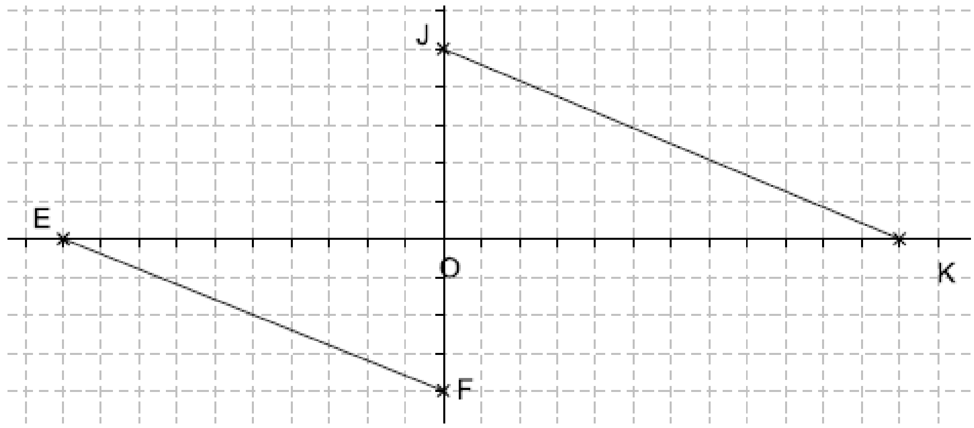
Pour consolider un bâtiment, on a construit un contrefort en bois (dessin ci-contre).

Sachant que : SA = 6,5 m,

la traverse (MN) est-elle parallèle au sol ?

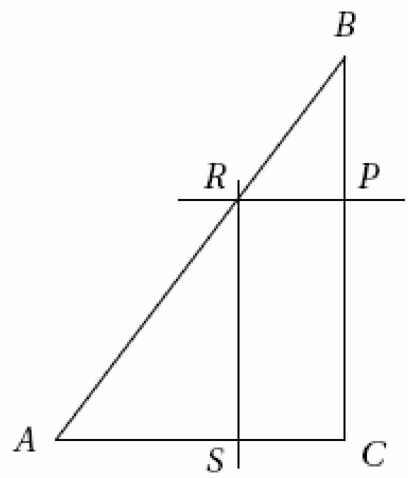


<u>Exercice 7 :(/3)</u> Les droites (EF) et (JK) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.



Partie III : Problème (12 points)

On considère un triangle ABC tel que : AB = 17,5 cm ; BC = 14 cm ; AC = 10,5 cm.



La figure n'est pas en vraie grandeur vraie grandeur

<u>Partie 1</u>

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2) Soit P un point du segment [BC].

La parallèle à la droite (AC) passant par P coupe le segment [AB] en R.

La parallèle à la droite (BC) passant par R coupe le segment [AC] en S.

Montrer que le quadrilatère PRSC est un rectangle.

3) Dans cette question, on suppose que le point P est situé à 5 cm du point B.

a) Montrer que la longueur PR est égale à 3,75 cm.
b) Quelle est la longueur de PC ?
c) Calculer l'aire du rectangle PRSC.

Partie 2

On déplace le point P sur le segment [BC] et on souhaite savoir quelle est la position du point P pour laquelle l'aire du rectangle PRSC est maximale.

1) L'utilisation d'un tableur a conduit au tableau de valeurs suivant :

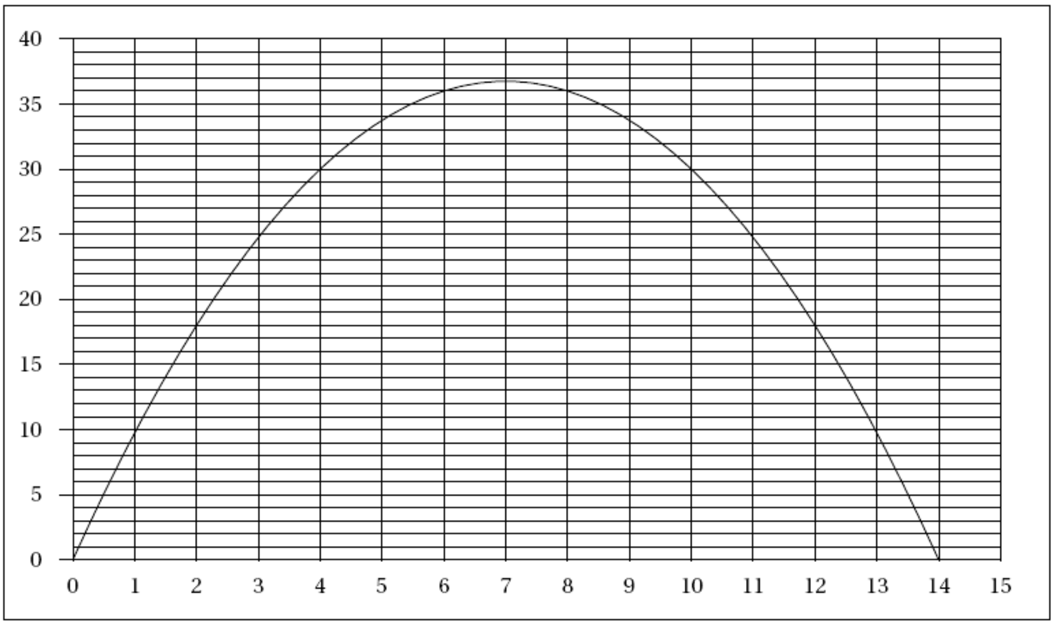
Longueur BP en cm	**0**	**1**	**3**	**5**	**8**	**10**	**12**	**14**
Aire de PRSC en cm²	**0**	**9,75**	**24,75**	**…**	**36**	**…**	**18**	**0**

Indiquer sur la copie les deux valeurs manquantes du tableau.

Justifier par un calcul la valeur trouvée pour BP = 10 cm.

2) Un logiciel a permis d'obtenir la représentation graphique suivante :

Aire du rectangle $PRSC$ **en fonction de la lonhueur** BP



À l'aide d'une lecture graphique, répondre aux questions en faisant apparaître sur le graphique de la feuille « **Annexe** » les tracés nécessaires.

a) Les valeurs de BP pour lesquelles le rectangle PRSC a une aire de 18 cm².
b) La valeur de BP pour laquelle l'aire du rectangle semble maximale.
c) Un encadrement à 1 cm² près de l'aire maximale du rectangle PRSC.

Partie 3

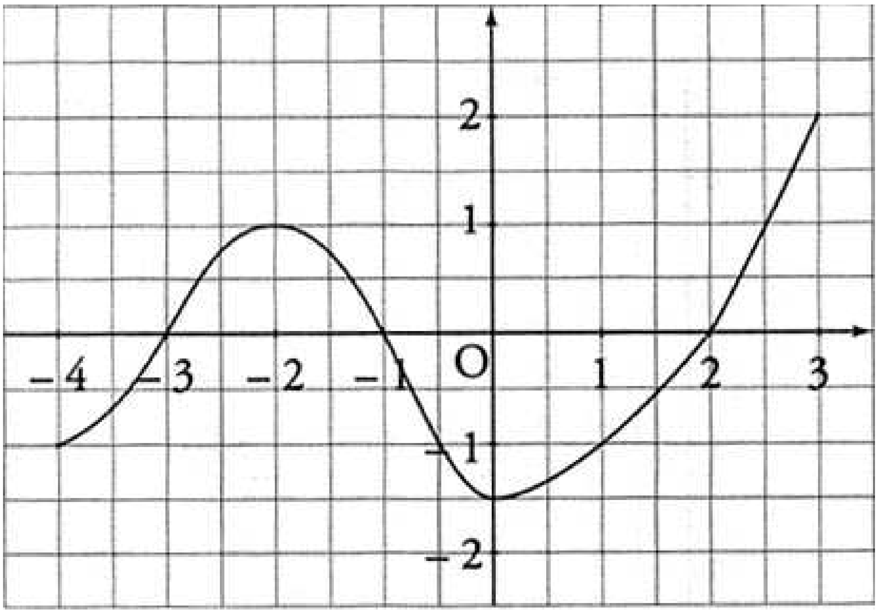
1) Exprimer PC en fonction de BP.

2) Démontrer que PR est égale à $0{,}75 \times$ BP.

3) ***Bonus*** : Pour quelle valeur de BP le rectangle PRSC est-il un carré ?

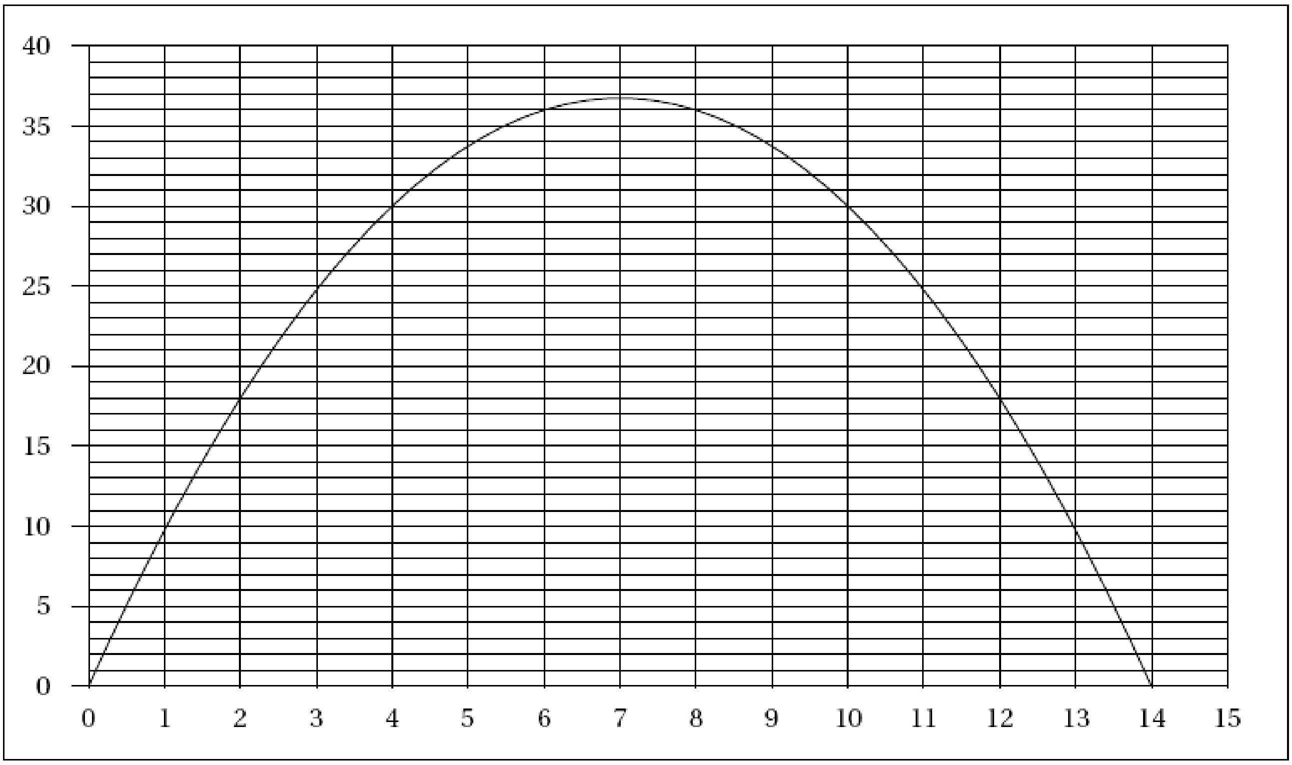
Classe : 3è …   NOM : ………………………………….   **Feuille ANNEXE à rendre avec la copie**

Numérique : Exercice 2



Problème - Partie 2 - Question 2)

Aire du rectangle $PRSC$ en fonction de la lonhueur BP



$3^{ème}$ A - B – C	**Composition 1 de MATHÉMATIQUES** **CORRECTION**	**Date : 13/11/2009**

Partie I : Activités numériques (12 points)

Les calculs doivent être détaillés

Exercice 1 : (/2,5)

1) A = 200 + 10 + 0,1 + 0,02 = 210,12

2) A = $2{,}1012 \times 10^{2}$

3) A = 21012×10^{-2}

4) A = $210 + \frac{12}{100} = 210 + \frac{3}{25}$

Exercice 2 : (/2,5)

1)
   a) $0 \times 1{,}8 + 32 = 32$ °F   b) $100 \times 1{,}8 + 32 = 212$ °F   c) $-10 \times 1{,}8 + 32 = 14$ °F

2) 1,8 c + 32 = f

3) 1,8 c + 32 = 23
   1,8 c = 23 – 32
   1,8 c = -9
   $c = -\frac{9}{1{,}8}$ $\boxed{c = -5}$ Une température de **-5 °C** correspond à 23 °F

Exercice 3 :(/4)

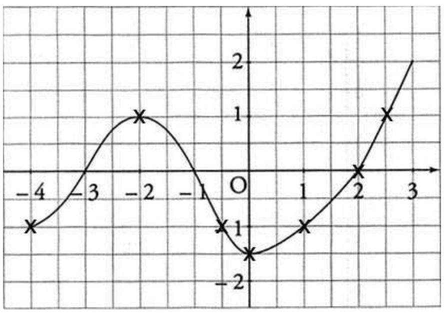
1) f(0) = $\boxed{\mathbf{-1{,}5}}$ et f(1) = $\boxed{\mathbf{-1}}$

2) f (2) = $\boxed{\mathbf{0}}$

3) Si y = 1 alors $x = \boxed{\mathbf{-2}}$ ou $x = \boxed{\mathbf{2{,}5}}$.

4) Un nombre qui n'a pas d'antécédent par la fonction f est $\boxed{\mathbf{-2}}$.

5) Le nombre **– 1** a pour antécédents **– 4 ; – 0,5 ; 1**.

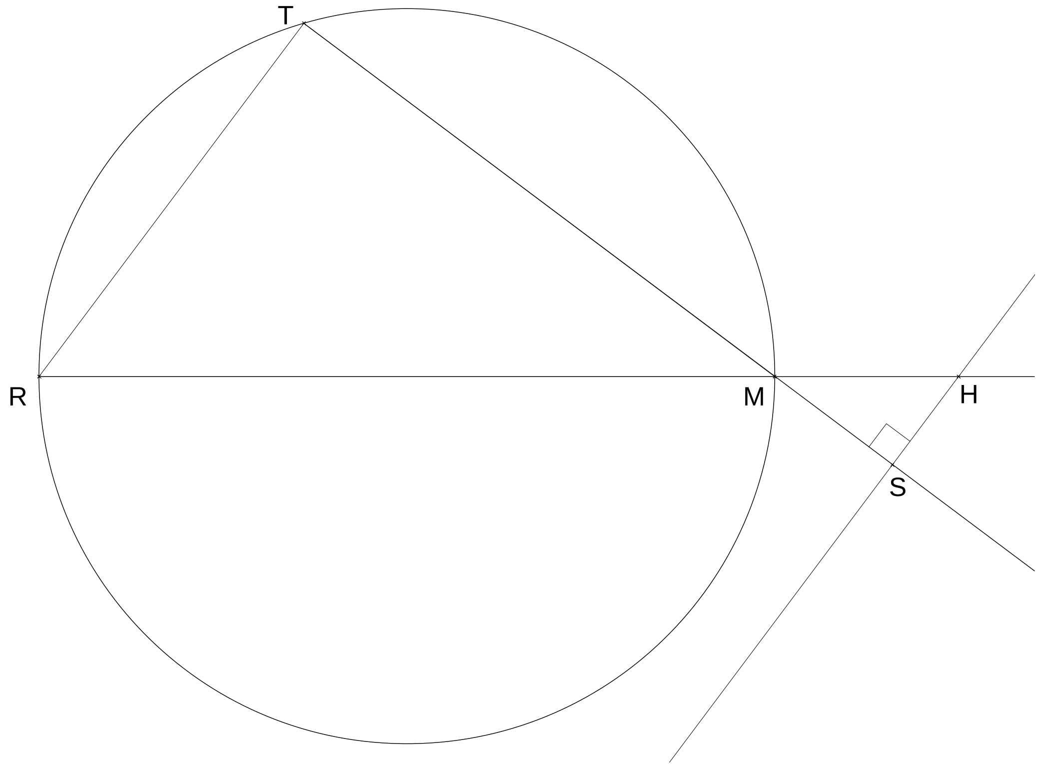


Exercice 4 : (/3)

1. Réponse B
2. Réponse C
3. Réponse C
4. Réponse C

Partie II : Activités géométriques (12 points)

Exercice 5 :(/6) 1)



2) Le triangle RTM est inscrit dans le cercle de diamètre [RM] donc il est **rectangle en T**.

3) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle RTM rectangle en T :

$RM^2 = RT^2 + TM^2$ soit $10^2 = 6^2 + TM^2$

$TM^2 = 100 - 36 = 64$

Donc $TM = \sqrt{64}$ soit $\boxed{\textbf{TM = 8 cm}}$.

3) a) Les droites (RT) et (SH) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (TM) donc elles sont **parallèles**.

b) On considère les triangles MHS et MTR, on a :

$R \in (MH)$, $T \in (MS)$ et (RT) // (SH)

D'après le théorème de Thalès, on peut écrire : $\frac{MR}{MH} = \frac{MT}{MS} = \frac{RT}{SH}$ soit $\frac{10}{MH} = \frac{8}{2} = \frac{6}{SH}$

$SH = \frac{6\times 2}{8}$ soit $\boxed{\textbf{SH = 1,5 cm}}$.

Exercice 6 :(/3)

On calcule les rapports :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{SM}{SA} = \frac{6{,}5-1{,}95}{6{,}5} = \frac{4{,}55}{6{,}5} = 0{,}7 \\ \frac{SN}{SB} = \frac{6-1{,}8}{6} = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7 \end{array}\right\} \quad \text{Donc } \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$$

De plus les points S,M,A sont alignés dans le même ordre que les points S,N,B.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut déduire que les droites **(MN) et (AB) sont parallèles**.

La traverse (MN) est donc **parallèle au sol**.

<u>Exercice 7 :</u>(/3) On calcule les rapports : $\left.\begin{array}{l}\frac{OF}{OJ}=\frac{4}{5}\\ \frac{OE}{OK}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}\end{array}\right\}\frac{OF}{OJ}\neq\frac{OE}{OK}$

D'après le théorème de Thalès, les droites (EF) et (JK) **ne sont pas parallèles**.

Partie III : Problème (12 points)

<u>Partie 1</u>

1) Dans le triangle ABC, $\left.\begin{array}{l}AB^2 = 17{,}5^2 = 306{,}25\\ AC^2+ BC^2 = 10.5^2 + 14^2 = 306{,}25\end{array}\right\} AB^2 = AC^2+ BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle **<u>ABC est rectangle en C</u>**.

2) - On sait que : (RP) // (SC) et (RS)//(CP)
Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme.
Donc PRSC est un **parallélogramme**.

- On sait que : $\widehat{BCA} = 90°$ donc par construction, $\widehat{PCS} = 90°$
Or un parallélogramme qui possède un angle droit est un rectangle.
Donc **<u>PRSC est un rectangle</u>**.

3) a) R ∈ (BA), P ∈ (BC) et (RP) // (AC)

D'après le théorème de Thalès, on obtient : $\frac{BP}{BC}=\frac{RP}{AC}$ soit $\frac{5}{14}=\frac{RP}{10{,}5}$

donc RP = 5 × 10,5 / 14 soit $\boxed{\textbf{RP = 3,75 cm}}$

b) L'aire du rectangle PRSC est égale à RP × PC

P appartient à [BC] donc : BC = BP + PC

et donc PC = BC - BP = 14 - 5 soit $\boxed{\textbf{PC = 9 cm}}$

donc A (PRSC) = 3,75 × 9 = $\boxed{\textbf{33,75 cm²}}$

<u>Partie 2</u>

1) D'après la partie 1 du problème ; si BP = 5 alors A (PRSC) = **33,75** cm²

Si BP = 10 :

- RP = BP × AC/BC = 10 × 10,5 / 14 = 7,5 cm
- PC = BC - BP = 14 - 10 = 4 cm

donc : A (PRSC) = 7,5 × 4 = **30 cm².**

2) a) L'aire du rectangle est égale à 18 cm² pour une valeur de BP égale à 2 cm ou 12 cm

b) La valeur de l'aire du rectangle semble maximale pour $\boxed{\textbf{BP = 7 cm}}$

c) **36** cm²<aire maximale < **37**cm²

<u>Partie 3</u>

1) PC = BC - BP = 14 - BP

2) D'après le théorème de Thalès (partie 1) : $\frac{PR}{AC}=\frac{BP}{BC}$

donc PR = $\frac{BP\times AC}{BC}=\frac{10{,}5}{14}$ soit **BP = 0,75 BP**

3) PRSC est un carré lorsque PR = PC

c'est à dire lorsque 0,75 BP = 14 - BP

PB = 14/1,75 = **8**

PRSC est donc un carré lorsque PB = **8 cm**