

Nom et prénom :		
3 ^{ème} A - B - C	Composition 2 de MATHÉMATIQUES	Coefficient : 3
Date : 31/01/2011	Collège Blanche de Castille	Note sur : 40
Durée : 2h		Présentation : /4

Les calculatrices sont autorisées (il est interdit de se les échanger) ainsi que les instruments usuels de dessin.

La présentation, l'orthographe et la rédaction seront notées sur 4 points.

Les réponses aux questions devront être correctement numérotées.

Les 3 parties seront faites sur 3 feuilles séparées.

Dans chaque partie l'ordre des exercices pourra être modifié.

L'énoncé et la feuille annexe sont à rendre OBLIGATOIREMENT avec sa copie.

Partie I : Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (/ 4) *Les calculs doivent être détaillés.*

On donne : $A = \frac{32 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^2)^3}{4 \times 10^{-2}}$ $B = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \div \frac{2}{5}$

- 1) Calculer A et donner son écriture scientifique.
- 2) Calculer B et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- 3) Factoriser les expressions suivantes

$$C = 4x^2 + 8x$$

$$E = 25x^2 - 30x + 9$$

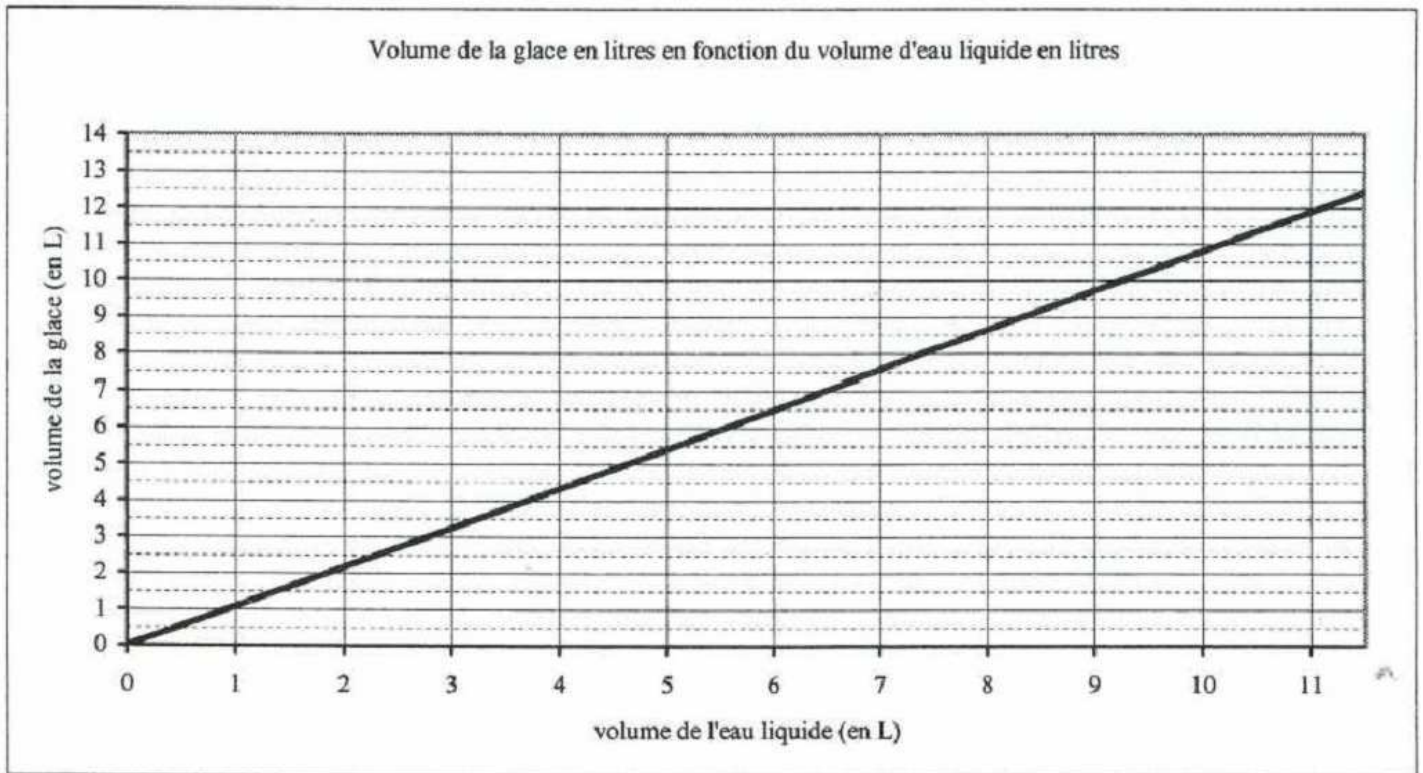
$$D = (3x + 5)^2 - (3x + 5)(x - 1)$$

$$F = \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}$$

Exercice 2 : (/ 5,5) Seuls les résultats seront notés sur votre énoncé, les calculs pourront être faits sur une feuille de brouillon.

1. Une compagnie de transport propose un tarif « jeune » avec une réduction de 25% sur le plein tarif. x 1) On désigne par x le plein tarif. Exprimer le tarif réduit y en fonction de x . 2) Quel sera le montant, en tarif « jeune », d'un billet plein tarif de 72 € ? 3) Quel serait le montant plein tarif d'un billet de 96 € payé en tarif « jeune » ?	1) 2) 3)
2. A l'aide d'un robinet, 20 s sont nécessaires pour remplir un arrosoir de 12 L 1) Calculer le débit du robinet en L/s 2) Exprimer ce débit en m^3/h	1) 2)
3. La masse volumique du sable est $\rho = 1\,600 \text{ kg.m}^{-3}$. 1) Exprimer la masse m en fonction du volume V et de la masse volumique ρ 2) Quelle est la masse de $0,3 \text{ m}^3$ de sable ? 3) Exprimer le volume V en fonction de la masse volumique ρ et de la masse m . 4) Quel est le volume occupé par 6 tonnes de sable ?	1) 2) 3) 4)
4. Un four électrique d'une puissance P de 2,1 kW a fonctionné pendant un temps t de 50 min. 1) Exprimer l'énergie consommée E en fonction de P et t 2) Calculer E et donner le résultat en kWh 3) Pendant quelle durée un téléviseur d'une puissance de 140 W. doit-il fonctionner pour consommer la même énergie ?	1) 2) 3)
5. Convertir $10,5 \text{ km.h}^{-1}$ en m.min^{-1}	

Exercice 3 : (/ 2,5) L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).



- 1) En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.
 - a) Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide ?
 - b) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace ?
- 2) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier.
- 3) On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?

Exercice 4 : (/ 5) La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.

Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en O.

Les dimensions sont en centimètres.

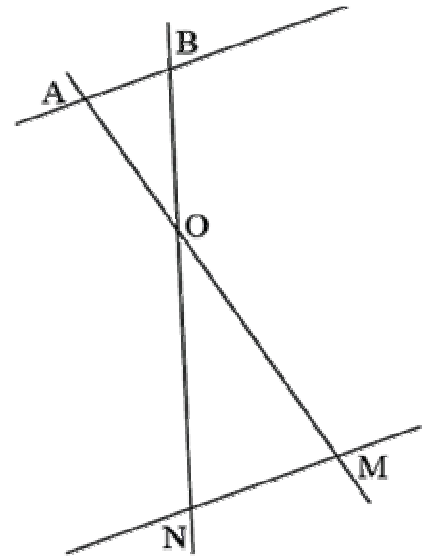
On donne : $OA = 3$; $OB = 2,5$; $OM = 5,4$; $ON = 4,5$.

- 1) Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
- 2) On suppose que $AB = 1,2$. Calculer la distance MN.
- 3) Choisir parmi les quatre nombres suivants celui qui est égal au

quotient : $\frac{\text{aire du triangle OMN}}{\text{aire du triangle OAB}}$

- a) 0,55 b) 1,8 c) 3,24 d) 3,6

Sur votre copie, indiquer ce nombre (sans justification).



Exercice 5 : (/ 5) ABC est un triangle tel que $AB = 4,2$ dm ; $AC = 5,6$ dm et $BC = 7$ dm.

- 1) Expliquer ce que signifie « à l'échelle 1/10 ».
Tracer ce triangle à l'échelle 1/10.
- 2) Démontrer que ce triangle est un triangle rectangle.
- 3) Placer le point D sur [BC] tel que $BD = 3$ cm et le point E sur [AB] tel que $BE = 2,1$ cm.
Les droites (DE) et (AC) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 6 : (/ 2) On réalise une maquette d'une pièce à l'échelle 1/200.

- 1) La surface réelle au sol de cette pièce est de 48 m^2 .
Quelle est la surface du sol de cette pièce dans la maquette (en cm^2) ?
- 2) Le volume de cette pièce sur la maquette est égal à $13,125 \text{ cm}^3$.
Quel est le volume réel de la pièce (en cm^3 , puis en m^3) ?

Partie III : Problème (12 points)

Les trois parties de ce problème sont indépendantes.

Partie n°1

Soit $f: x \mapsto 2,5x$.

- 1.a) Calculer $f(30)$.
- 1.b) Calculer x tel que $f(x) = -19,5$.
- 1.c) Construire précisément la représentation graphique C_f de f dans le repère de l'annexe. Justifier votre construction.
- 1.d) Déterminer graphiquement l'image de -50 par f .
Votre réponse devra être complétée par des traits de construction sur le graphique de l'annexe.
- 1.e) Déterminer graphiquement l'antécédent par f de 100 .
Votre réponse devra être complétée par des traits de construction sur le graphique de l'annexe.
- 1.f) Le point $A(-200 ; -495)$ appartient-il à la représentation graphique C_f de f ? Justifier.

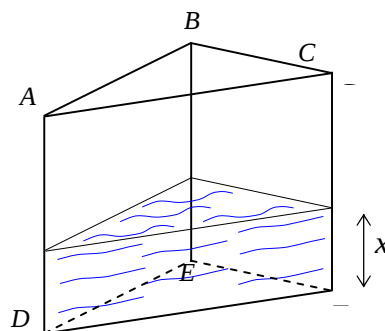
Partie n°2

Un réservoir a la forme d'un prisme droit dont la base est un triangle rectangle en B et dont la hauteur, AD , mesure 10 m.

$AC = 5$ m et $AB = 4,8$ m.

- 2.a) Démontrer que $BC = 1,4$ m.
- 2.b) Calculer le volume du réservoir.
- 2.c) On note x la hauteur d'eau dans le réservoir.
 - ✓ Exprimer le volume d'eau en fonction de x . On le note $V(x)$.
 - ✓ La fonction $V: x \mapsto V(x)$ est-elle une fonction linéaire ?
- 2.d) Calculer $V(10)$.

Exprimer par une phrase la signification de $V(10)$ dans ce problème.

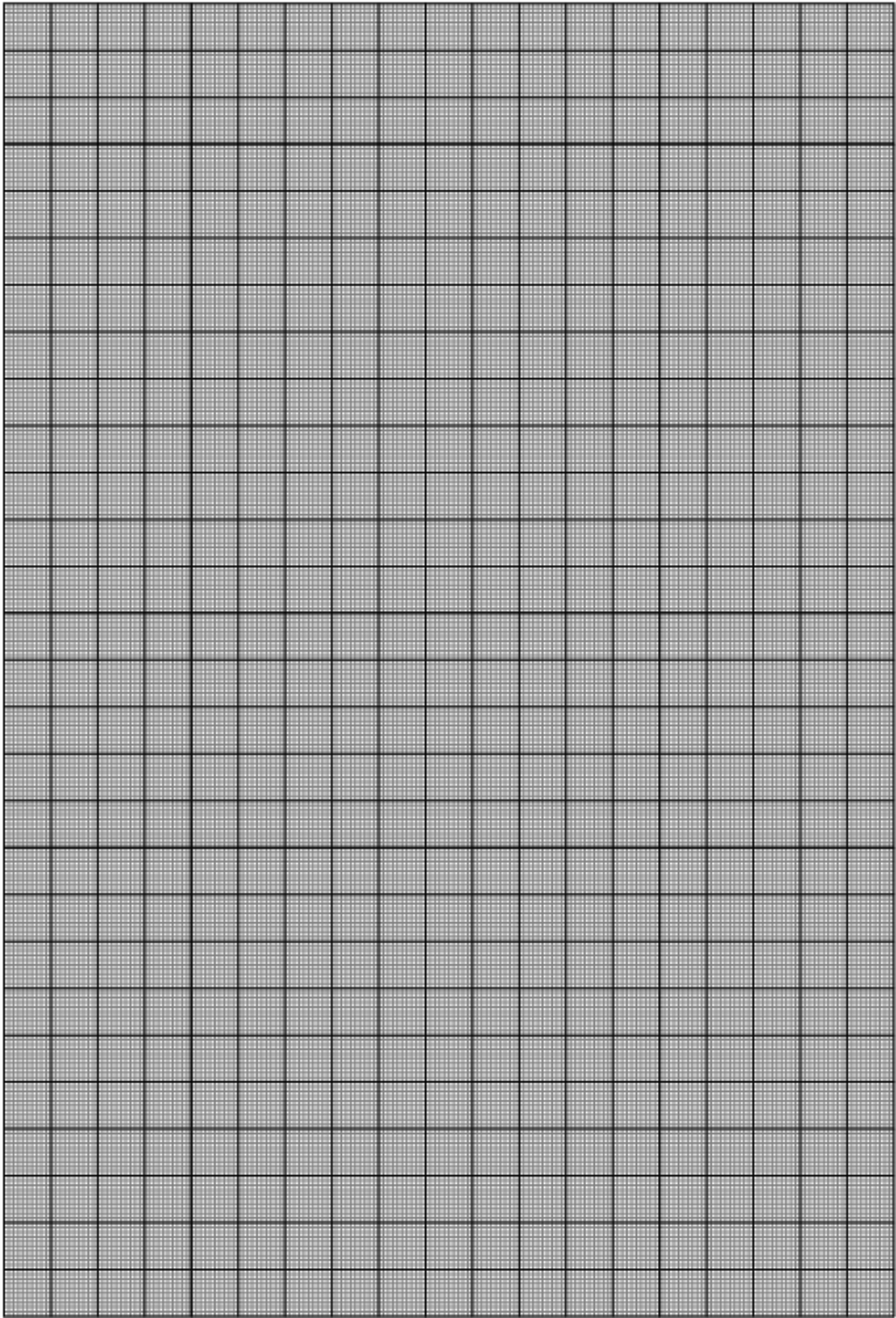


Partie n°3

Déterminer l'expression de la fonction linéaire g telle que $g(5) = -4$.

Problème :

Partie n°1



3 ^{ème} A - B - C	Composition 2 de MATHÉMATIQUES <u>CORRECTION</u>	Date : 31/01/2011
----------------------------	---	-------------------

Partie I : Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (/4)

$1) A = \frac{32 \times 10^{-3} \times 5 \times (10^2)^3}{4 \times 10^{-2}}$ $A = \frac{32 \times 5}{4} \times \frac{10^{-3} \times 10^{2 \times 3}}{10^{-2}}$ $A = \frac{8 \times 4 \times 5}{4} \times \frac{10^{-3} \times 10^6}{10^{-2}}$ $A = 40 \times \frac{10^{-3+6}}{10^{-2}}$ $A = 40 \times \frac{10^3}{10^{-2}}$ $A = 40 \times 10^{3-(-2)}$ $A = 40 \times 10^5 = 4 \times 10^1 \times 10^5$	$2) B = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \div \frac{2}{5}$ $B = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{5}{2}$ $B = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ $B = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$ $B = \frac{2}{6} - \frac{3}{6}$ $B = \frac{-1}{6}$
$3) C = 4x^2 + 8x$ $C = 4x(x + 2)$	$E = 25x^2 - 30x + 9$ $E = (5x - 3)^2$
$D = (3x + 5)^2 - (3x + 5)(x - 1)$ $D = (3x + 5)[(3x + 5) - (x - 1)]$ $D = (3x + 5)[3x + 5 - x + 1]$ $D = (3x + 5)(2x + 6)$ $D = 2(3x + 5)(x + 3)$	$F = \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}$ $F = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right)^2$

Exercice 2 : (/5,5)

$1) y = (1 - 25/100)x = 0,75x$ $y = 0,75 \times 72 = 54$ $96 = 0,75x \quad x = \frac{96}{0,75} = 128$	$y = 0,75x$ $y = 54 \text{ €}$ $x = 128 \text{ €}$
$1) \text{débit} = \frac{\text{volume en L}}{\text{temps en s}}$ $12 \text{ L} = 12 \text{ dm}^3 = 0,012 \text{ m}^3$ $3) \text{débit} = \frac{\text{volume en m}^3}{\text{temps en h}}$	$\text{débit} = \frac{12}{20} = 0,6$ $20 \text{ s} = \frac{20}{3600} = \frac{1}{180} \text{ h}$ $\text{débit} = \frac{0,012}{1/180} = 2,16$
$1) m = V \times \rho$ $m = 0,3 \times 1600 = 480 \text{ kg}$	$3) V = \frac{m}{\rho}$ $4) m = 6 \text{ tonnes} = 6\,000 \text{ kg}$ $V = 6\,000 / 1\,600 = 3,75$

$$V = 3,75 \text{ m}^3$$

4. 1) $E = P \times t$ 2) $t = 50 \text{ min} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \text{ h}$ $E = 2,1 \times \frac{5}{6} = \boxed{1,75 \text{ kWh}}$	1) $140 \text{ W} = 0,14 \text{ kW}$ $t = \frac{E}{P} \quad t = \frac{1,75}{0,14} = 12,5 \quad t = \boxed{12,5 \text{ h} = 12 \text{ h } 30 \text{ min}}$
5. $10,5 \text{ km.h}^{-1} = \frac{10,5 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{10\,500 \text{ m}}{60 \text{ min}} = \boxed{175 \text{ m.min}^{-1}}$	

Exercice 3 : (2/5)

- 1 a) A partir de 6 L d'eau liquide on obtient $\boxed{6,5 \text{ L de glace}}$
- 1 b) Pour obtenir 10 litres de glace il faut mettre à geler environ $\boxed{9,2 \text{ L d'eau liquide}}$
- 2) La courbe représentative est une **droite passant par l'origine du repère** donc le volume de glace est proportionnel au volume d'eau liquide.
- 3) On cherche t tel que : $\left(1 + \frac{t}{100}\right) = \frac{10,8}{10} = 1,08 = 1 + 0,08$ Or $0,08 = \frac{8}{100}$
- Le volume d'eau augmente de 8 %

Partie II : Activités géométriques (12 points)

Exercice 4 : (5)

1) On considère les triangles OAB et OMN.

On calcule les rapports : $\frac{OA}{OM} = \frac{3}{5,4} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$ et $\frac{OB}{ON} = \frac{2,5}{4,5} = \frac{5}{9}$ Donc $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON}$

De plus les points A, O, M sont alignés dans le même ordre que les points B, O, N.

Donc d'après la **réciproque** du théorème de Thalès, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

2) On a : $A \in (OM)$, $B \in (ON)$ et (AB) // (MN)

D'après le théorème de Thalès, $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN}$ soit $\frac{5}{9} = \frac{1,2}{MN}$

Calcul de MN : $MN = \frac{9 \times 1,2}{5}$ soit $\boxed{MN = 2,16 \text{ cm.}}$

3) Les triangles OMN et OAB forment une configuration de Thalès donc le triangle OMN est un agrandissement du triangle OAB.

Le coefficient d'agrandissement est $k = \frac{OM}{OA} = \frac{9}{5}$ soit 1,8.

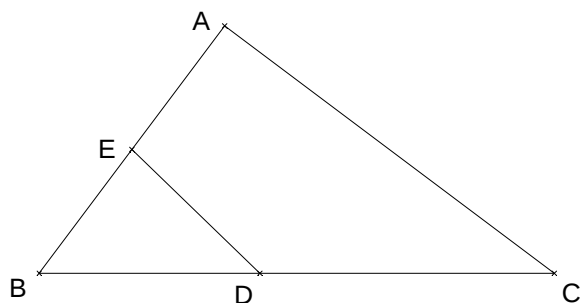
Or dans un dessin à l'échelle k les aires sont multipliées par k^2 donc :

$$A(OMN) = A(OAB) \times k^2$$

Donc $\frac{\text{aire du triangle OMN}}{\text{aire du triangle OAB}} = k^2$ soit $1,8^2 = \boxed{3,24}$ (justification non demandée)

Exercice 5 : (5)

- 1) Dans un dessin à l'échelle k les **dimensions de la figure** sont multipliées par le même nombre positif k .
A l'échelle $1/10$, les longueurs sont donc multipliées par $1/10$.



2) Dans le triangle ABC, [BC] est le plus grand côté,

$$BC^2 = 7^2 = 49 \quad \text{et} \quad AC^2 + AB^2 = 5,6^2 + 4,2^2 = 49 \quad \text{donc} \quad BC^2 = AC^2 + AB^2$$

D'après la **réci-proque du théorème de Pythagore**, on peut conclure que le **triangle ABC est rectangle en A**.

$$3) \text{ On calcule les rapports : } \frac{BE}{BA} = \frac{2,1}{4,2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{BD}{BC} = \frac{3}{7} \quad \text{or} \quad \frac{1}{2} \neq \frac{3}{7} \quad \text{donc} \quad \frac{BE}{BA} \neq \frac{BD}{BC}$$

D'après le théorème de Thalès on peut conclure que les droites **(ED) et (AC) ne sont pas parallèles**.

Exercice 6 : (12)

1) La surface réelle au sol A_r est 48 m^2 .

$1/200$ est l'échelle de réduction.

La surface dans la maquette est: $A_m = A_r \times (1/200)^2$ soit $A_m = 48 \times (1/200)^2$ donc **$A_m = 0,0012 \text{ m}^2 = 12 \text{ cm}^2$**

2) Le volume sur la maquette V_m est $13,125 \text{ cm}^3$.

Le volume réel est donc : $V_r = V_m \times 200^3$ soit $V_r = 13,125 \times 200^3$ donc **$V_r = 105\,000\,000 \text{ cm}^3$ soit 105 m^3** .

Partie III : Problème (12 points)

Problème

Partie n° 1) (Fonction linéaire)

$$f: x \mapsto 2,5x$$

$$1a) f(30) = 2,5 \times 30 = \boxed{75}$$

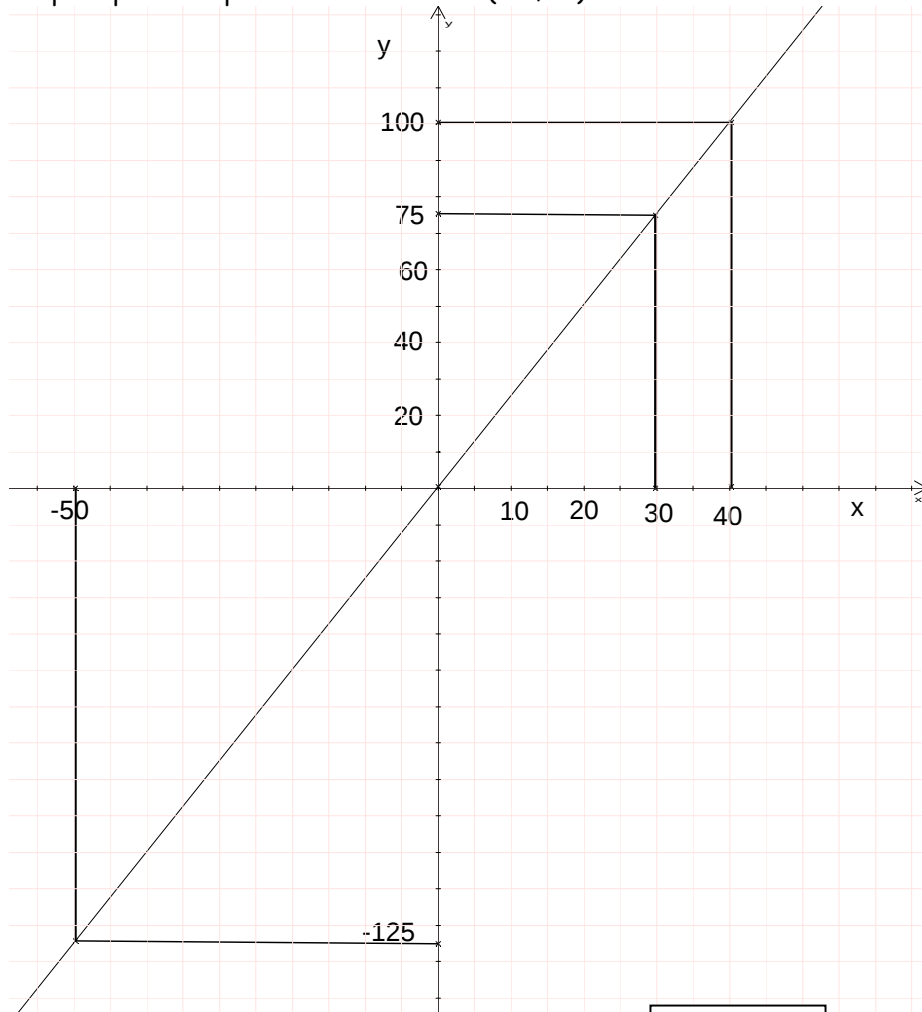
$$1b) f(x) = -19,5 \quad \text{on pose } 2,5x = -19,5 \quad \text{soit } x = -19,5 : 2,5$$

$$\boxed{x = -7,8}$$

$$f(-7,8) = -19,5$$

1c) La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

On peut placer le point de coordonnées (30 ; 75)



$$1d) \text{ Par lecture graphique } f(-50) = -125$$

$$1e) \text{ Par lecture graphique } f(40) = 100$$

1f) Par le calcul :

Si $A(-200; -495)$ appartient à C_f alors

$$f(-200) = -495$$

$$\text{or } f(-200) = -200 \times 2,5$$

$$\text{donc } f(-200) = -500 \quad -500 \neq -495$$

donc A n'appartient pas à C_f

Partie n° 2)

2 a) On considère le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

$$5^2 = 4,8^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 25 - 23,04$$

$$BC^2 = 1,96$$

$$BC = 1,4 \text{ m.}$$

2 b) volume du réservoir

Le réservoir a la forme d'un prisme droit dont la base est un triangle rectangle

V = Aire d'une base x hauteur du prisme

$$\text{Aire de ABC} = \frac{AB \times BC}{2} \text{ soit } 1,4 \times 4,8 : 2 = 3,36 \text{ m}^2$$

$$V = 3,36 \times 10 = 33,6$$

Le volume du réservoir est donc égal à **33,6 m³**

2 c) Le volume d'eau est égal au volume d'un prisme de base le triangle ABC et de hauteur x

Donc le volume d'eau est égal à **3,36 x**

$$V(x) = 3,36 x$$

La fonction $V : x \mapsto 3,36 x$ est une fonction de la forme $v(x) = a x$ avec $a = 3,36$ donc v est une fonction linéaire de coefficient 3,36

2 d)

$$V(10) = 10 \times 3,36$$

$$V(10) = \underline{\underline{33,6}}$$

V(10) représente le volume d'eau lorsque le prisme est rempli en totalité (soit le volume du prisme)

Partie n°3

$g(5) = -4$ On sait que g est une fonction linéaire donc g est de la forme $g(x) = a x$
a étant le coefficient

$g(5) = 5a$ on est amené à résoudre l'équation $5a = -4$

d'où $a = -\frac{4}{5}$ donc l'expression algébrique de la fonction linéaire g est

$$g(x) = -\frac{4}{5} x \text{ ou } g : x \mapsto -\frac{4}{5} x \text{ ou } -0,8 x$$