COLLÈGE NAZARETH

BREVET BLANC N°1-2007-
MATHÉMATIQUES
Durée : 2 heures.

Les calculatrices sont autorisées ainsi que les instruments usuels de dessin.
Présentation, orthographe et rédaction : 4 points. On veillera à bien numéroter les exercices.
Les 3 parties seront faites sur des feuilles séparées.

Partie I : Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (/4)

1) On donne : $A = \dfrac{16 \times (10^{-5})^2 \times 30 \times 10^{8}}{24 \times 10^{-4}}$

Calculer A et donner le résultat en notation scientifique.

2) Quatre enfants se partagent une tablette de chocolat.
Le premier prend le tiers de la tablette et le second le quart.
Le troisième prend les $\dfrac{2}{5}$ de ce qui reste après que le premier et le second se soient servis.

a) Trouver l'expression qui permet de calculer la part du troisième sans justifier.

b) On donne : $B = \left(1 - \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}\right) \times \dfrac{2}{5}$ et $C = 1 - \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}\right) \div \dfrac{2}{5}$

Calculer B et C et donner les résultats sous la forme de fraction irréductible.

Exercice 2 :(/4)

On pose : $D = 4x^2 - 25 + (2x + 5)(7 - 3x)$.

1. Développer et réduire D.

2. a) Factoriser $4x^2 - 25$.

b) En déduire une factorisation de D.

3. Résoudre l'équation : $(2x + 5)(2 - x) = 0$

Exercice 3 :(/1)

Répondre sur votre copie par A, B ou C à chaque item.

Barême : 0,5 point par item juste ; 0 point si pas de réponse ; -0,25 par item faux.

	A	**B**	**C**
Item 1 : $2(3x - 4)^2$ est égal à:	$(6x - 8)^2$	$(6x - 4)^2$	$18x^2 - 48x + 32$
Item 2 : $\left(\dfrac{x}{2} + 1\right)^2$ est égal à :	$\dfrac{x^2}{4} + 2x + 1$	$\dfrac{x^2}{2} + x + 1$	$\dfrac{x^2}{4} + x + 1$

Exercice 4 : (/3)

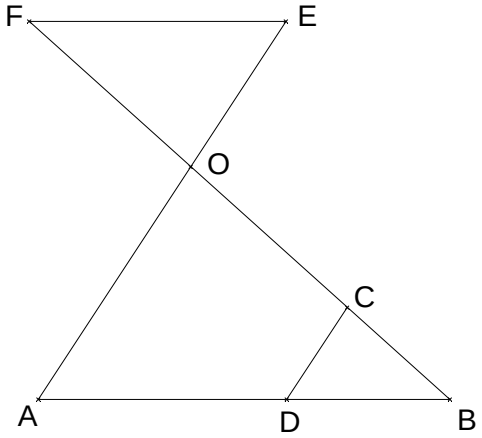
1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210.
2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible.
   a. Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.
   b. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

Partie II : Activités géométriques (12 points)

Exercice I :(/4)

Sur la figure ci-contre (*la figure n'est pas faite aux bonnes dimensions)*, les droites (EF) et (AB) sont parallèles. Les dimensions, exprimées en cm, sont :

EF = 16, FO = 14, OE = 12, OB = 21 et AB = 24.



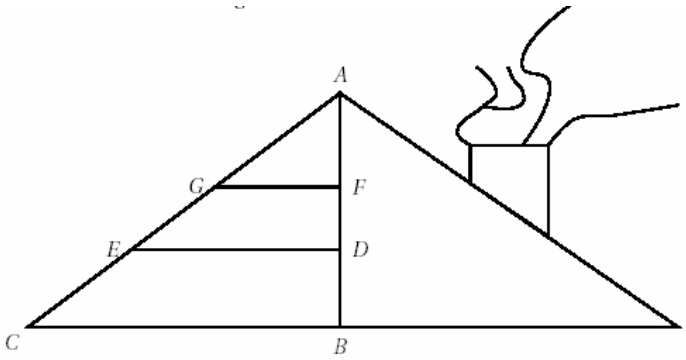
1. Calculer OA.
2. Soit C un point du segment [OB] et D un point du segment [AB] tels que OC = 14cm et DB = 8cm.

   Les droites (CD) et (OA) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice II :(/5)

L'unité de longueur est le mètre. La figure n'est pas à refaire.

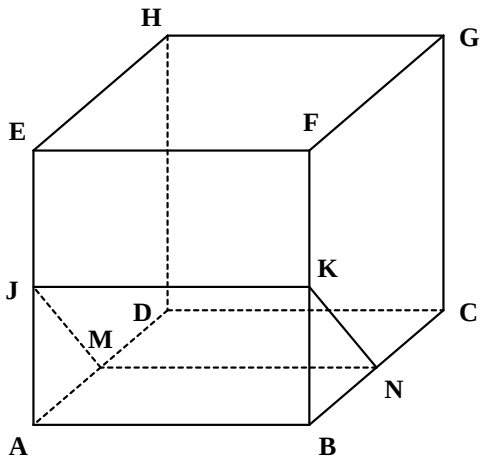
Dans un petit chalet de montagne, un berger aménage l'espace existant sous son toit en y posant une étagère matérialisée sur notre schéma par le segment [ED]. Le segment [CB] représente le plancher et le segment [AB] représente le mur où est fixé l'étagère.



Le berger mesure : AB = 1,80 m BC = 2,40 m AC = 3 m.

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2) Le berger pose l'étagère [ED] perpendiculaire au mur à 60 cm du sol.
   Quelle est la longueur de l'étagère [ED] ?

Exercice III :(/3)



ABCDEFGH est un cube.

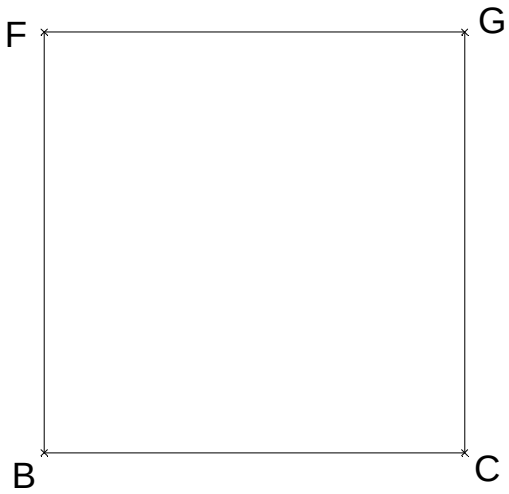
Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC].
JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].

1. Quelle est la nature de la section JKNM. Justifier.

2. La face FGCB a été dessinée en vraie grandeur ci-contre.

Après avoir placé les points K et N sur cette face,

représenter, à l'aide du compas et de la figure dessinée, la section JKNM en vraie grandeur sur votre copie.



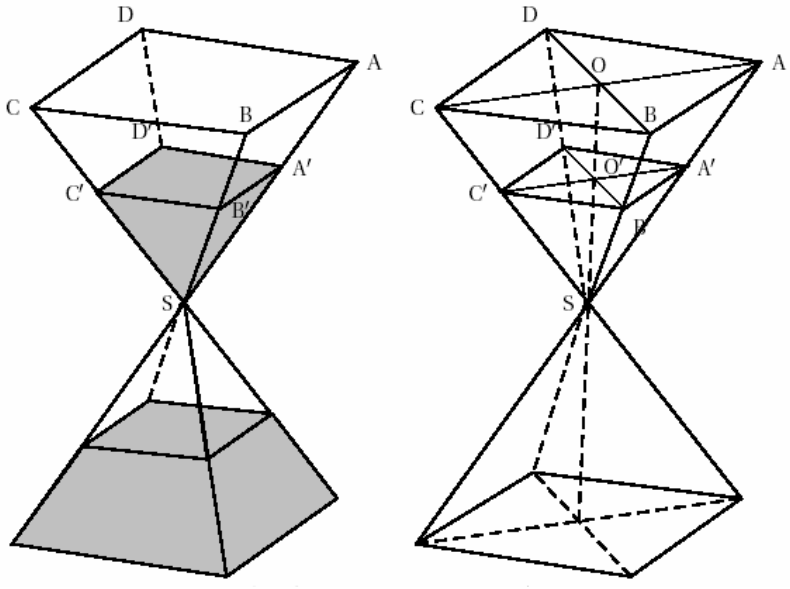
3. Quelle est la nature du solide AJMBKN ?
(Aucune justification n'est demandée).

Partie III : Problème (12 points)

Un sablier est constitué de deux pyramides superposées comme le montre le croquis ci-contre. Le sable s'écoule au niveau du point S. La surface du sable est représentée par le plan A'B'C'D' horizontal et parallèle aux bases des pyramides.

On suppose qu'au départ, le volume du sable occupe la totalité de la pyramide SABCD.

La pyramide SABCD est régulière, sa base est un carré ABCD, on rappelle que la hauteur (SO) est perpendiculaire au plan ABCD.



Le niveau du sable est repéré par la longueur SA' sur l'arête de la pyramide SABCD.
On donne : OA = 27 mm et SO = 120 mm.

Partie I :

1) a) Justifier que le triangle OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

b) Calculer AB (donner une valeur arrondie au dixième près).

2) a) En considérant que la valeur exacte de AB est $27\sqrt{2}$ mm,

Calculer l'aire du carré ABCD.

b) En déduire que le volume V de la pyramide SABCD est 58 320 mm^3.

Partie II:

Les résultats de la partie I peuvent être utilisés dans cette partie.

On considère que le point A' est au milieu de [SA].

La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD.

1) Quel est le coefficient de réduction k?

2) On note V' le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

Calculer V'.

3) On admet que le volume du sable descendu est proportionnel au temps écoulé. Tout le sable s'écoule en 4 minutes.

Au bout de combien de temps le niveau de sable est-il dans la position étudiée ?

Indication : on commencera par calculer le volume V'' occupée par le sable dans la pyramide du bas.

COLLÈGE NAZARETH — **BB1-2007-MATHÉMATIQUES**

CORRECTION

Partie I : Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (/4)

1) $A = \dfrac{16 \times (10^{-5})^2 \times 30 \times 10^{8}}{24 \times 10^{-4}}$

$A = \dfrac{2\times\cancel{8}\times\cancel{3}\times 10}{\cancel{3}\times\cancel{8}} \times \dfrac{10^{-5\times 2+8}}{10^{-4}}$

$A = 20 \times 10^{-2+4}$

$A = 20 \times 10^{2}$

$A = 2000$

$A = \boxed{2\times 10^{3}}$ notation scientifique

2) a) L'expression qui permet de calculer la part du troisième enfant est : $\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}$ (B de la question b)

b) $B = \left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}$

$B = \left(\frac{12-4-3}{12}\right)\times\frac{2}{5}$

$B = \frac{5}{12}\times\frac{2}{5}$

$B = \boxed{\frac{1}{6}}$

$C = 1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\div\frac{2}{5}$

$C = 1-\left(\frac{4+3}{12}\right)\times\frac{5}{2}$

$C = 1-\frac{7}{12}\times\frac{5}{2}$

$C = \frac{24-35}{24}$ soit $C = \boxed{-\frac{11}{24}}$

Exercice 2 :(/4)

1.Développer D :

$D = 4x^2 - 25 + (2x+5)(7-3x)$.

$D = 4x^2 - 25 + 14x - 6x^2 + 35 - 15x$

$\boxed{E = -2x^2 - x + 10}$

2.Factoriser . a) $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$ $a^2 - b^2$

$4x^2 - 25 = \boxed{(2x-5)(2x+5)}$

b) $D = (2x-5)(2x+5) + (2x+5)(7-3x)$.

$D = (2x+5)(2x-5) + 7-3x$)

$\boxed{D = (2x+5)(2-x)}$

3.l'équation $(2x+5)(2-x) = 0$ est de la forme $A\times B=0$, ce qui revient à résoudre $A=0$ ou $B=0$, soit :

$2x + 5 = 0$ ou $2 - x = 0$

$2x = -5$ ou $-x = -2$

$x = -\frac{5}{2}$ ou $x = 2$ L'équation admet deux solutions $\boxed{-\frac{5}{2}}$ et 2

Exercice 3 :(/1)

Item 1 : $2(3x-4)^2$ est égal à:	**C** :$18x^2 - 48x + 32$
Item 2 : $\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$ est égal à :	**C** : $\frac{x^2}{4} + x + 1$

Exercice 4 : (/3)

3. A l'aide de l'algorithme d'Euclide :

$210 = 135 \times 1 + 75$

$135 = 75 \times 1 + 60$

$75 = 60 \times 1 + \mathbf{15}$

$60 = 15\times 4 + 0$ donc $\boxed{\text{PGCD } (210;135) = 15}$

4. a) Pour recouvrir le mur avec un nombre entier de carreaux de de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible, la longueur d'un carreau représente le **PGCD de 210 et 135 soit** $\boxed{\textbf{15 cm.}}$

b. Dans la longueur on pourra mettre 210 :15 soit 14 carreaux.

Dans la largeur on pourra mettre 135 :15 soit 9 carreaux.

Sur l'ensemble du mur il y aura donc 14×9 soit 126 carreaux.

Partie II : Activités géométriques (12 points)

Exercice I :(/4)

1. On considère les triangles OEF et OAB,
-F $\in$ (OB)
-E $\in$ (OA)
-(EF)//(AB)
D'après le théorème de Thalès on peut écrire :
$\frac{OF}{OB} = \frac{OE}{OA} = \frac{EF}{AB}$ soit $\frac{14}{21} = \frac{12}{0A}$ donc $OA = \frac{21 \times 12}{14}$
soit OA = 18 cm.

2. •Les points B,C,O sont alignés dans le même ordre que les points B,D,A.
•On calcule les rapports :

$\frac{BC}{BO} = \frac{21-14}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$
$\frac{BD}{BA} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

Donc $\frac{BC}{BO} = \frac{BD}{BA}$

On en conclut d'après la **réciproque du théorème de Thalès** que les droites (CD) et (OA) sont **parallèles**.

Exercice II :(/5)

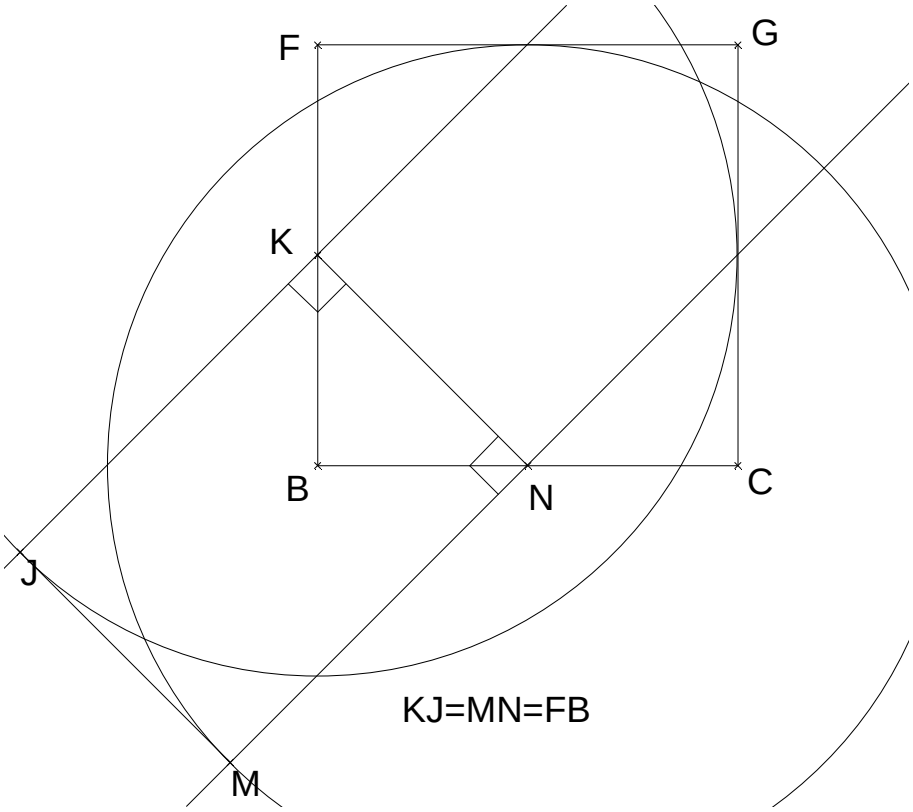
3) Dans le triangle ABC, [AC] est le côté le plus long et :
$AC^2 = 3^2 = 9$ et $AB^2+BC^2 = 1,8^2+2,4^2 = 9$ donc $\mathbf{AC^2 = AB^2+BC^2}$
La **réciproque du théorème de Pythagore** nous permet de conclure que le triangle **ABC est rectangle en B**.

4) • Le triangle ABC est rectangle en B donc : (AB)$\perp$(BC)
l'étagère [ED] est posé perpendiculaire au mur [AB].
Les droites (ED) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à (AB) donc elles sont parallèles.
• On considère les triangles ABC et ADE,
-E $\in$ (AC)
-D $\in$ (AB)
-(ED)//(BC)
Donc d'après le théorème de Thalès :
$\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB}$ or AD = AB – DB = 1,8 – 0,6 = 1,2 d'où : $\frac{1,2}{1,8} = \frac{ED}{2,4}$ donc $ED = \frac{1,2 \times 2,4}{1,8}$ soit ED = 1,6.
L'étagère [ED] mesure **1,6 m**.

Exercice III :(/3)

1. La section d'un cube par un plan parallèle à une arête, ici [AB], est un rectangle donc la section JKNM est **un rectangle**.

2.



3. Le solide AJMBKN est un **prisme droit** de bases AJM et BKN et de hauteur AB

Partie III : Problème (12 points)

Partie I :

1)a) ABCD est un carré de centre O donc :
- ses diagonales [BD] et [AC] sont de même longueur et se coupent en leur milieu O donc : OA=OB
- ses diagonales sont perpendiculaires donc :$(OA)\perp(OB)$

Le triangle OAB est donc un **triangle rectangle et isocèle en O**.

b) Le triangle OAB est rectangle en O donc d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2=OA^2+OB^2$

$AB^2=27^2+27^2$

$AB^2=1458$

$AB=\sqrt{1458}$ d'où $\boxed{AB\approx 38{,}2\text{ mm}}$.

2) a) $A(ABCD)=AB^2$

$A(ABCD)=\left(27\sqrt{2}\right)^2$

$A(ABCD)=27^2\times 2$

$\boxed{A(ABCD)=1458\text{ mm}^2}$.

b) $V=\dfrac{A(ABCD)\times SO}{3}$

$V=\dfrac{1458\times 120}{3}$

$\boxed{V=58\,320\text{ mm}^3}$.

Partie II:

1) $K=\dfrac{SA'}{SA}=\dfrac{1}{2}$ car A' est au milieu de [SA].

2) $V'=V\times k^3$

$V'=58320\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

$\boxed{V'=7\,290\text{ mm}^3}$

3) Le volume du sable descendu est proportionnel au temps écoulé.
Tout le sable soit 58 320 mm3 s'écoule en 4 minutes.
Le volume de sable écoulée (position étudiée) V'' correspond à :

$V''=V-V'$

$V''=58\,320-7\,290$

$V''=51\,030\text{ mm}^3$

Le temps correspondant est donc $\dfrac{51030\times 4}{58320}$ soit **3,5minutes** ou **3min 30sec**.