**COLLÈGE NAZARETH**

**BREVET BLANC N°1-2005-**
**MATHÉMATIQUES**
**Durée : 2 heures.**

*Les calculatrices sont autorisées ainsi que les instruments usuels de dessin.*
*Présentation, orthographe et rédaction : 4 points*

## Partie I : Activités numériques (12 points)

**Exercice 1 : (/2,5)**

Calculer les nombres A ; B et C. Écrire les étapes et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$A = \frac{7}{9} : \left(\frac{1}{3} - 2\right)$ $\qquad$ $B = -\frac{7}{9} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{4}$ $\qquad$ $C = \frac{7 \times \left(7^{-2}\right)^{-4}}{7^{11}}$

**Exercice 2 :(/3)**

On considère l'expression : $D = (x + 2)^2 - (x + 2)(5x - 1)$.

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(x + 2)(-4x + 3) = 0$.

**Exercice 3 :(/2,5)**

Soit $E = (7x - 3)^2 - 9$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation $7x(7x - 6) = 0$.

**Exercice 4 : (/1,5)**

Rendre irréductible la fraction $\frac{1488}{2\,418}$ en détaillant les calculs.

**Exercice 5 :(/2,5)**

1. Calculer le PGCD des nombres 372 et 775. (on détaillera les calculs nécessaires).
2. Un chef d'orchestre fait répéter 372 choristes hommes et 775 choristes femmes pour un concert. Il veut faire des groupes de répétition de sorte que :
   - le nombre de choristes femmes est le même dans chaque groupe.
   - le nombre de choristes hommes est le même dans chaque groupe.
   - chaque choriste appartient à un groupe.

a) Quel nombre maximal de groupes pourra-t-il faire ?

b) Combien y aura-t-il alors de choristes hommes et de choristes femmes dans chaque groupe ?

## Partie II : Activités géométriques (12 points)

**Exercice I :(/7)**
*L'unité de longueur est le centimètre.*

RST est un triangle tel que : RS = 6,4 ; ST = 8 et RT = 4,8 .

1. Construire la figure en vraie grandeur.

2. Démontrer que le triangle RST est rectangle.

3. Calculer la valeur arrondie au degré près de la mesure de l'angle $\widehat{RST}$.

4. M est un point du segment [SR] tel que SM = 4,2

et N est un point du segment [ST] tel que SN = 5.

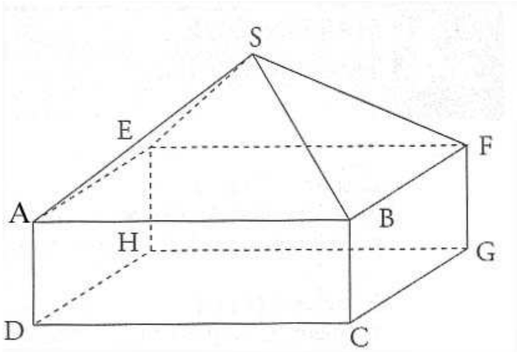
Les droites (MN) et (RT) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.

**Exercice II :(/5)**

La maquette de la maison représentée ci-contre est composée :

- d'un pavé droit de dimensions : AB = 30 cm, AE = 20 cm et AD = 5 cm
- d'une pyramide SABFE de hauteur 6 cm.

1. Montrer que le volume $V_1$ de cette maquette est égal à 4 200 $cm^3$.



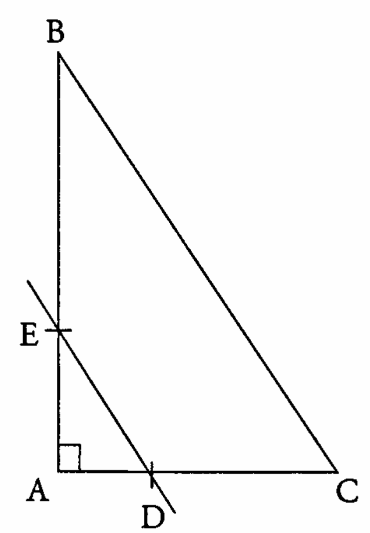

2. Sachant que cette maquette est une réduction de coefficient 1/50 de la maison réelle, déduire de la première question le volume $V_2$ en $m^3$ de la maison.

## Partie III : Problème (12 points)

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 9 cm et AC = 6 cm.

D est le point du segment [AC] tel que AD = $\frac{1}{3}$ AC.

E est le point du segment [AB] tel que la droite (DE) soit parallèle à la droite (BC).




**l.** Reproduire la figure en grandeur réelle sur votre copie.

**2.** Calculer BC, puis en donner la valeur arrondie au centième.

**3**. Montrer par le calcul que AE = 3 cm.

**4.** Placer le point F sur le segment [AC] tel que AF = 4 cm.

Placer le point G sur le segment [AB] tel que AG = 6 cm.

Tracer le segment [FG].

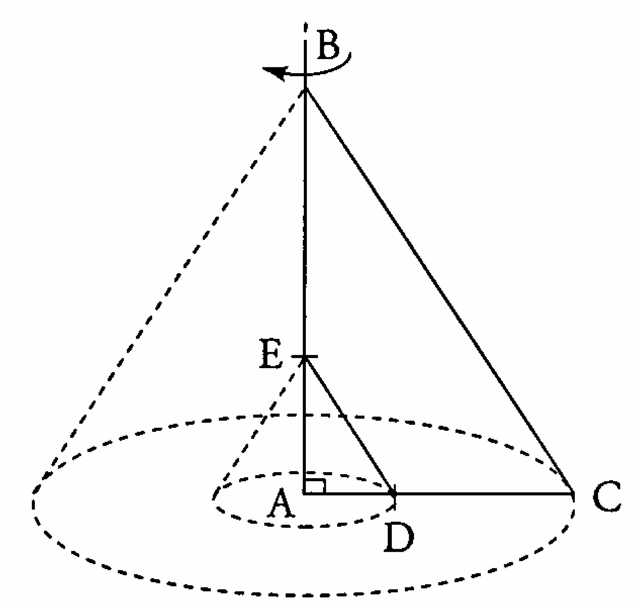
**5.** Démontrer que la droite (FG) est parallèle à la droite (BC).

**6.** En tournant autour de la droite (AB) le triangle ABC engendre un cône $C_1$.

AB est sa hauteur et AC est le rayon de sa base.

a) Calculer l'aire $B_1$ de la base du cône en fonction de $\pi$.

b) Calculer le volume $V_1$ du cône $C_1$ en fonction de $\pi$, puis donner la valeur du résultat arrondie au millième.




**7.** En tournant autour de la droite (AB) le triangle AED engendre un cône $C_2$ de volume $V_2$ :

AE est la hauteur de ce cône, AD est le rayon de sa base.

Le cône $C_2$ est une réduction de $C_1$

a) Quel est le coefficient de réduction ?

b) Exprimer le volume $V_2$ en fonction de $V_1$.

# BREVET BLANC N°1-2005-MATHÉMATIQUES- Correction

## Partie I : Activités numériques (12 points)

**Exercice 1 : (/2,5)**

| | | |
|---|---|---|
| A = $\frac{7}{9} : \left(\frac{1}{3} - 2\right)$ | B = $-\frac{7}{9} - \frac{2}{9} \times \frac{3}{4}$ | C= $\frac{7 \times \left(7^{-2}\right)^{-4}}{7^{11}}$ |
| A = $\frac{7}{9} : \left(\frac{1-6}{3}\right)$ | B = $-\frac{7}{9} - \frac{2}{3\times3} \times \frac{3}{2\times2}$ | C = $\frac{7\times7^{-2\times(-4)}}{7^{11}}$ |
| A = $\frac{7}{9} : \left(\frac{-5}{3}\right)$ | B = $-\frac{7}{9} - \frac{1}{6}$ | C = $7^{1+8-11}$ |
| A = $\frac{7}{9} \times \left(\frac{-3}{5}\right)$ | B = $-\frac{14}{18} - \frac{3}{18}$ | C = $7^{-2}$ |
| A = $\frac{7}{3\times3} \times \left(\frac{-3}{5}\right)$ | $\boxed{B = -\frac{17}{18}}$ | C = $\frac{1}{7^2}$ |
| $\boxed{A = -\frac{7}{15}}$ | | $\boxed{C = \frac{1}{49}}$ |

**Exercice 2 :(/3)**

On considère l'expression : D = $(x+2)^2 - (x+2)(5x-1)$.

| | |
|---|---|
| 1. Développer et réduire D.<br>D = $(x+2)^2 - (x+2)(5x-1)$<br>D = $x^2 + 4x + 4 - (5x^2 - x + 10x - 2)$<br>D = $x^2 + 4x + 4 - 5x^2 + x - 10x + 2$<br>$\boxed{D = -4x^2 - 5x + 6}$ | 2. Factoriser D.<br>D = $(x+2)^2 - (x+2)(5x-1)$<br>D = $(x+2)\,[\,(x+2) - (5x-1)]$<br>D = $(x+2)(x+2-5x+1)$<br>$\boxed{D = (x+2)(-4x+3)}$ |

3. L'équation $(x+2)(-4x+3) = 0$ est de la forme A×B=0, ce qui revient à résoudre A=0 ou B=0, soit :

$x + 2 = 0$ ou $-4x + 3 = 0$

$x = -2$ ou $-4x = -3$

$x = -2$ ou $x = \frac{-3}{-4}$ L'équation admet deux solutions : $\boxed{-2}$ et $\boxed{\frac{3}{4}}$.

**Exercice 3 :(/2,5)**

| | | |
|---|---|---|
| 1.Développer et réduire E.<br>E = $(7x-3)^2 - 9$<br>E = $49x^2 - 42x + 9 - 9$<br>$\boxed{E = 49x^2 - 42x}$ | 2.Factoriser E.<br>E = $(7x-3)^2 - 3^2$<br>de la forme $a^2$-$b^2$<br>E = $(7x-3+3)(7x-3-3)$<br>$\boxed{E = 7x(7x-6)}$ | 3.l'équation $7x(7x-6) = 0$ est de la forme A×B=0, ce qui revient à résoudre A=0 ou B=0, soit :<br>$7x = 0$ ou $7x - 6 = 0$<br>$x = 0$ ou $7x = 6$<br>$x = 0$ ou $x = \frac{6}{7}$<br>L'équation admet deux solutions $\boxed{0}$ et $\boxed{\frac{6}{7}}$. |

**Exercice 4 : (/1,5)**

| | |
|---|---|
| On calcule le PGCD de 1488 et 2418 à l'aide de l'algorithme d'Euclide :<br>2418 = 1488×1 + 930<br>1488 = 930 × 1 + 558<br>930 = 558 × 1 + 372<br>558 = 372 × 1 + 186 | Donc : $\boxed{\text{PGCD (2418, 1488) = 186}}$.<br>Pour rendre la fraction $\frac{1488}{2\,418}$ irréductible, on divise le numérateur et le dénominateur par 186 : |

| | |
|---|---|
| $372 = 186 \times 2 + 0$ | $\frac{1488}{2\,418} = \frac{8 \times 186}{13 \times 186} = \boxed{\frac{8}{13}}$ fraction irréductible. |

**Exercice 5 :(/2,5)**

**1.** En utilisant la méthode des divisions successives on peut écrire :
$775 = 2 \times 372 + 31$
$372 = 12 \times 31 + 0.$
Le PGCD est le dernier reste non nul.
**PGCD(372 ; 775) = 31.**

**2. a.** Le nombre de choristes doit diviser 372 et 775. Le nombre maximal de groupes possibles est le PGCD de 372 et de 775, c'est-à-dire 31.
**On pourra au maximum faire 31 groupes.**

**b.** $372 = 31 \times 12$ et $775 = 31 \times 25$, il y aura donc dans **chaque groupe 12 choristes hommes et 25 choristes femmes.**

## Partie II : Activités géométriques (12 points)

**Exercice II :(/5)**

**1.** Soit V le volume du pavé droit ABCDEFGH et V' celui de la pyramide de ABFES.

$V_1 = V + V'$ avec $V = AB \times AE \times AD$ et $V' = \frac{1}{3}(AB \times AE) \times h$ où $h$ est la hauteur de la pyramide.
$V = 30 \times 20 \times 5 = 3\,000$ ;
$V = 3\,000$ cm$^3$.
$V' = \frac{1}{3}(30 \times 20) \times 6 = 1\,200$ ;
$V = 1\,200$ cm$^3$.
$V_1 = 3\,000 + 1\,200$ ;
$\underline{V_1 = 4\,200 \text{ cm}^3}$.

**2.** La maison est un agrandissement de la maquette à l'échelle 50.

donc $V_2 = 50^3 V_1 = 125 \cdot 10^3 V_1$

soit $V_1 = 525\,000\,000$ cm$^3$, soit $\underline{V_1 = 525 \text{ m}^3}$.