$3^{ème}$ A - B – C	**Composition 2 de MATHÉMATIQUES**	**Coefficient :** 4 **Note sur :** 40 **Présentation :** /4
Date : 03/03/2010 **Durée :** 2h	**Collège Blanche de Castille**	

Les calculatrices sont autorisées (il est interdit de se les échanger) ainsi que les instruments usuels de dessin.

La présentation, l'orthographe et la rédaction seront notées sur 4 points.
Les réponses aux questions devront être correctement numérotées.
Les 3 parties seront faites sur 3 feuilles séparées.
Dans chaque partie l'ordre des exercices pourra être modifié.
L'énoncé n'est pas à rendre.

Partie I : Activités numériques (12 points)

Tous les calculs doivent être détaillés

Exercice 1 : (/ 2) On pose : $A = \frac{7}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{5}{8}$ et $B = \frac{25\times10^6\times3\times(10^{-2})^4}{2\times10^2}$

1) Calculer A et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

2) Donner l'écriture scientifique de B.

Exercice 2 : (/ 3) Un scooter est vendu 850€. Le paiement s'effectue de la façon suivante :

- 20% du prix à la commande
- 20% du prix affiché à la livraison
- le reste, augmenté de 11%, en 6 mensualités.

1) Quel sera le prix de chaque mensualité ?

2) En payant comptant le commerçant aurait consenti une remise sur le prix affiché et le scooter n'aurait coûté que 807,5 €. Calculer le pourcentage de la remise.

Exercice 3 :(/ 4)

1) Factoriser $E = x^2 - 9$.

2) Soit $D = (x + 3)(2x - 1) + 4(x^2 - 9)$; développer et réduire D.

3) En factorisant D, montrer que D peut s'écrire sous la forme : $(x + 3)(6x - 13)$.

4) Résoudre l'équation $D = 0$.

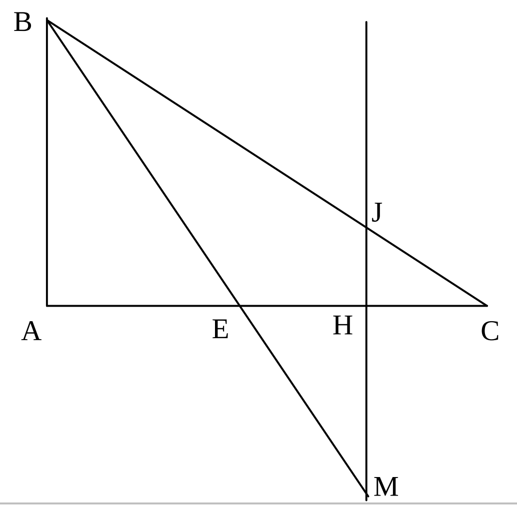
Exercice 4 : (/ 3) QCM : Écrire sur la copie la bonne réponse (A, B ou C) et la justifier dans chaque cas.
Barème : 0,75 point par item juste ; 0 point si pas de réponse ; – 0,25 par item faux.

	Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1) Fred parcourt 16 km à 12 km.h^{-1}. Il a roulé pendant …	1h33	45min	1h20
2) L'énergie consommée par 3 ampoules de 75 W pendant 12 h est :	18,75 Wh	2700 kWh	2,7kWh
3) Une barre en fer de volume 800 cm^3 a une masse de 6288 g . La masse volumique du fer est :	7,86 kg/m^3	7860 kg/m^3	78,6 kg/m^3
4) Sur une ligne de bus, on effectue 9 trajets avec en moyenne 48 passagers sur une distance de 36 km. L'activité de cette ligne en voyageurs-kilomètres est :	15552	1728	12

Partie II : Activités géométriques (12 points)

<u>Exercice 5 :</u>(/6) On considère un triangle ABC tel que : AB = 6 cm, AC = 9 cm et BC = $\sqrt{117}$ cm.

Sur ce dessin les dimensions ne sont pas respectées.



1) Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2) Le point E est le point de [AC] tel que AE = 4cm.

La médiatrice de [EC] coupe [EC] en H, [BC] en J et (BE) en M.

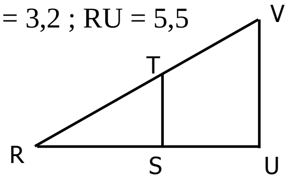
a) Prouver que :
   - les droites (JH) et (AB) sont parallèles.
   - le segment [HC] mesure 2,5 cm.

b) Calculer HM.

<u>Exercice 6 :</u>(/3) QCM.

Pour chaque question, indiquer **sur sa copie** la (ou les) réponse(s) exacte(s) par les lettres A, B, C ou D.

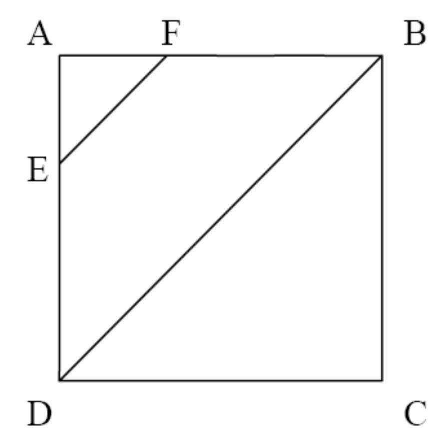
Barême : 1 point par item juste ; 0 point si pas de réponse ; **-** 0,5 par item faux.

	A	**B**	**C**	**D**
1) Si $\frac{AM}{AB} = \frac{4}{5}$ alors :	4 AM = 5 AB	4 AB = 5 AM	AB = $\frac{4}{5}$ AM	AM = $\frac{4}{5}$ AB
2) Si $\frac{8}{x} = 12$ alors :	$x = 8\times12$	$x = \frac{12}{8}$	$x = \frac{8}{12}$	$x = \frac{2}{3}$
3) On considère la figure suivante : RT = 4 ; RV = 7 RS = 3,2 ; RU = 5,5 	La réciproque du théorème de Thalès permet d'affirmer que les droites (ST) et (UV) sont parallèles.	La réciproque du théorème de Thalès permet d'affirmer que les droites (ST) et (UV) ne sont pas parallèles.	Le théorème de Thalès permet d'affirmer que les droites (ST) et (UV) sont parallèles.	Le théorème de Thalès permet d'affirmer que les droites (ST) et (UV) ne sont pas parallèles.

<u>Exercice 7 :</u>(/3) ABCD est un carré.

E est le point [AD] tel que AE = $\frac{1}{3}$ AD.

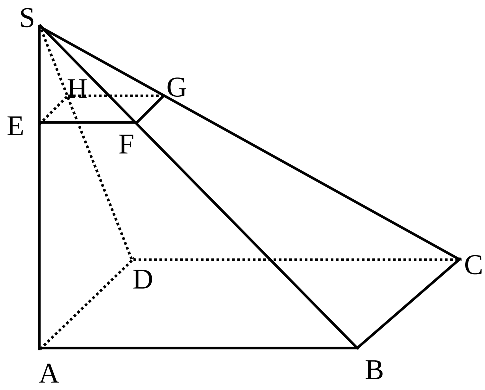
F est le point [AB] tel que AF = $\frac{1}{3}$ AB.



1) Démontrer que (EF) est parallèle à (BD).
2) Par quel nombre doit-on multiplier la longueur BD pour obtenir la longueur EF ? Justifier la réponse.
3) Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du triangle ABD pour obtenir l'aire du triangle AEF ? Justifier la réponse.

Partie III : Problème (12 points)

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm.
Le triangle SAB est rectangle en A.



Partie A

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm

1) a) Calculer EF.

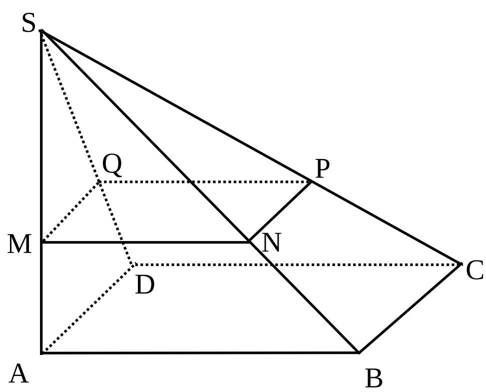
   b) Calculer SB.

2) a) Calculer le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide SABCD.

   b) Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH.

   c) En déduire le volume $\mathcal{V}'$ de SEFGH. On donnera une valeur arrondie à l'unité.

Partie B



Soit M un point de [SA] tel que SM = x cm, où x est compris entre 0 et 12.

On appelle MNPQ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.

1) Montrer que MN = 0,75 x.
2) Quelle est la nature du quadrilatère MNPQ ? Justifier.
3) Soit $\mathcal{A}(x)$ l'aire du quadrilatère MNPQ en fonction de x. Montrer que $\mathcal{A}(x) = 0{,}5625\, x^2$.
4) Recopier et compléter le tableau suivant.

x : longueur SM en cm	0	2	4	6	8	10	12
$\mathcal{A}(x)$: aire du quadrilatère MNPQ							

5) Placer dans un repère sur papier millimétré (1cm = 1 unité en abscisses, 1 cm = 10 unités en ordonnées) les points d'abscisse x et d'ordonnée $\mathcal{A}(x)$ données par le tableau.

6) L'aire de MNPQ est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier à l'aide du graphique.

$3^{ème}$ **A - B – C**	**Composition 2 de MATHÉMATIQUES CORRECTION**	**Coefficient :** 3 **Note sur :** 40 **Présentation :** /4
Date : 03/03/2010 **Durée :** 2h	**Collège Blanche de Castille**	

Partie I : Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (/2)

$A = \frac{7}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{5}{8}$

$A = \frac{7}{15} - \frac{4 \text{ x } 5}{15 \text{ x } 8}$

$A = \frac{7}{15} - \frac{4 \text{ x } 5}{3 \text{ x } 5 \text{ x } 4 \text{ x } 2}$

$A = \frac{7}{15} - \frac{1}{6}$

$A = \frac{14}{30} - \frac{5}{30} = \frac{9}{30}$

$\boxed{\mathbf{A = \frac{3}{10}}}$

$B = \frac{25 \times 10^6 \times 3 \times (10^{-2})^4}{2 \times 10^2}$

$B = \frac{25 \text{ x } 3}{2} \times \frac{10^6 \text{ x } (10^{-2})^4}{10^2}$

$B = 37.5 \times \frac{10^6 \times 10^{-2\times4}}{10^2}$

$B = 37.5 \times \frac{10^{6-8}}{10^2}$

$B = 37.5 \times 10^{-2-2}$

$B = 37.5 \times 10^{-4}$

$B = 3.75 \times 10 \times 10^{-4}$

$\boxed{\mathbf{B = 3{,}75 \times 10^{-3}}}$

Exercice 2 : (/3)

1) Somme payée à la commande : **170€**
20% de 850 = 170
Somme payée à la livraison : **170 €**
20% de 850 = 170
Reste à payer : **510€**
850 – (170 + 170) = 510
Reste à payer après augmentation de 11%
$510 \text{ x } (1 + \frac{11}{100}) = 510 \times 1{,}11 = \mathbf{566{,}1}$**€**
$\frac{566{,}1}{6} = 94{,}35$
Le prix de chaque mensualité est $\boxed{\mathbf{94{,}35 \text{ €}}}$

2) $\frac{807{,}5}{850} = 0{,}95$
or 1 – 0,95 = 0,05
Le pourcentage de remise aurait été de $\boxed{\mathbf{5\ \%}}$

Exercice 3 :(/4)

5) $E = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = \mathbf{(x - 3)\ (x + 3)}$

6) $D = (x + 3)(2x - 1) + 4(x^2 - 9)$
$D = 2x^2 - x + 6x - 3 + 4x^2 - 36$
$\boxed{D = 6x^2 + 5x - 39}$

7) $D = (x + 3)(2x - 1) + 4(x^2 - 9)$
$D = (x + 3)(2x - 1) + 4(x - 3)(x + 3)$
$D = (x + 3)[2x - 1 + 4(x - 3)]$
$D = (x + 3)[2x - 1 + 4x - 12]$
$\boxed{D = (x + 3)(6x - 13)}$

8) $(x + 3)(6x - 13) = 0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.
$x + 3 = 0$ ou $6x - 13 = 0$
$x = -3$ ou $6x = 13$
$x = \frac{13}{6}$

L'équation admet deux solutions : -3 et $\frac{13}{6}$

Exercice 4 : (/3)

1) $t = \frac{d}{v}$ $t = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ t = 1,333333….h t = 1h 20 min **rép C**

2) $3 \times 75 \times 12 = 2700$ E = 2700 Wh = 2.7 kWh **rép C**

3) $\frac{6288}{800} = 7{,}86$ La masse volumique du fer est 7.86 g/cm^3 soit 7860 kg / m^3 **rép B**

4) $9 \times 48 \times 36 = 15552$ (grandeur – produit) **rép A**

Partie II : Activités géométriques (12 points)

<u>Exercice 5 :</u>(/6)

1) $BC^2 = (\sqrt{117})^2 = 117$ et $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 9^2 = 117$

Donc : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

D'après la **réciproque** du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A

c) <u>Montrons que (AB) est parallèle à (JH)</u>

On sait que :

(AB) $\perp$ (AC) puisque le triangle ABC est rectangle en A

(JH) $\perp$ (AC) puisque les points A, E, C sont alignés et que (JH) est la médiatrice de [EC].

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (AB) est bien parallèle à (JH)

<u>Montrons que HC = 2,5 cm</u>

EC = AC – AE

EC = 9 – 4 = 5

(JH) est la médiatrice de [EC], donc elle coupe le segment en son milieu. On a donc : $EH = HC = \frac{EC}{2}$

$HC = \frac{5}{2} = 2,5$ $\boxed{HC = 2,5 \text{ cm}}$

d) On considère les triangles EHM et EAB

E $\in$ [AH]

E $\in$ [BM]

(HM) // (AB)

D'après le théorème de Thalès :

$\frac{EM}{EB} = \frac{EH}{EA} = \frac{HM}{AB}$ $HM = \frac{AB \times EH}{EA}$

$HM = \frac{6 \times 2,5}{4} = 3,75$ $\boxed{HM = 3,75 \text{ cm}}$

<u>Exercice 6 :</u>(/3)

4) B, D	5) C, D	6) D

<u>Exercice 7 :</u>(/3)

1) $AE = \frac{1}{3} AD$ donc $\frac{AE}{AD} = \frac{1}{3}$ et $AF = \frac{1}{3} AB$ donc $\frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$ d'où $\frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AB}$.

De plus les points A, E, D sont alignés dans le même ordre que les points A,F,C.

On peut donc conclure, d'après la réciproque du théorème de Thalès, que les droites **(EF) et (BD) sont parallèles**.

Les triangles AEF et ABD forment donc une **configuration de Thalès**.

Par conséquent le triangle AEF est une **réduction** du triangle ABD à l'échelle $k = \frac{AE}{AD} = \boxed{\mathbf{\frac{1}{3}}}$.

2) Il faut donc multiplier la longueur BD par l'échelle k soit $\boxed{\mathbf{\frac{1}{3}}}$ pour obtenir la longueur EF.

3) Il faut donc multiplier l'aire du triangle ABD par k² soit $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ soit $\boxed{\mathbf{\frac{1}{9}}}$ pour obtenir l'aire du triangle AEF.

Partie III : Problème (12 points)

1) a)

Choix 1	**Choix 2**
La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction du polygone de base L'échelle de réduction est $k = \frac{SE}{SA} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$ $EF = k \times AB$ $EF = \frac{9}{4} = 2,25$ $\boxed{EF = 2,25 \text{ cm}}$	On considère les triangles SAB et SEF. E $\in$ (SA) F $\in$ (SB) (EF) // (AB) On applique le théorème de Thalès : $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$ donc $EF = \frac{SE \times AB}{SA}$ $EF = \frac{3 \times 9}{12} = \frac{9}{4} = 2,25$ $\boxed{EF = 2,25 \text{ cm}}$

c) Le triangle SAB étant rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :

$SB^2 = AB^2 + SA^2$ $\qquad SB^2 = 9^2 + 12^2 = 225$ $\qquad SB = \sqrt{225} = 15$ $\boxed{SB = 15 \text{ cm}}$

2) a) $\mathcal{V}_{SABCD} = \dfrac{AB^2 \times SA}{3}$ $\qquad \mathcal{V}_{SABCD} = \dfrac{9^2 \times 12}{3} = 324$ $\qquad \boxed{V_{SABCD} = 324 \text{ cm}^3}$

b)

Choix 1 : on connaît k d'après la question 1) a)	Choix 2 : il faut calculer k
$\mathcal{V}'_{SEFGH} = k^3 \times \mathcal{V}_{SABCD}$	La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction du polygone de base L'échelle de réduction est k = $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$ $\mathcal{V}'_{SEFGH} = k^3 \times \mathcal{V}_{SABCD}$

c) $\mathcal{V}'_{SEFGH} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^3 \times 324 = \dfrac{1}{16} \times 324 = \dfrac{81}{16} = 5{,}0625$ $\qquad \boxed{V'_{SEFGH} = 5{,}0625 \text{ cm}^3 \approx 5 \text{ cm}^3}$

Partie B

1)

Choix 1	Choix 2
La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction du polygone de base L'échelle de réduction est k = $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{x}{12}$ EF = k × AB MN = $\dfrac{x}{12} \times AB$ MN = $\dfrac{x}{12} \times 9 = \dfrac{3}{4}x$ $\qquad \boxed{MN = 0{,}75\,x}$	On considère les triangles SAB et SMN. M ϵ (SA) N ϵ (SB) (MN) // (AB) On applique le théorème de Thalès : $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{MN}{AB}$ donc MN = $\dfrac{SM \times AB}{SA}$ MN = $\dfrac{x \times 9}{12} = \dfrac{3}{4}x = 0{,}75\,x$ $\qquad \boxed{MN = 0{,}75\,x}$

2) La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction du polygone de base. Or le polygone de base est un carré donc la section est un **carré**.

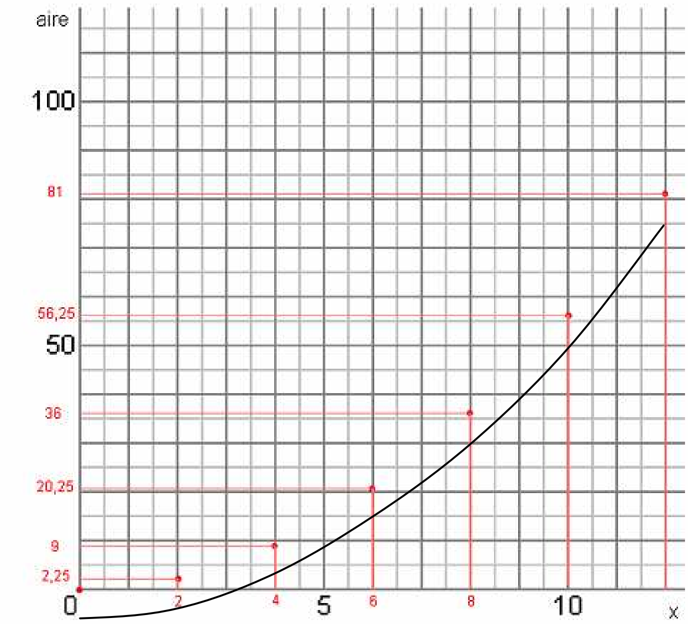
3) $\mathcal{A}(x) = MN^2$

$\mathcal{A}(x) = (0{,}75\,x)^2$ $\qquad \boxed{\mathcal{A}(x) = 0{,}5625\,x^2.}$

4)

x : longueur SM en cm	0	2	4	6	8	10	12
$\mathcal{A}(x)$: aire du quadrilatère MNPQ	**0**	**2,25**	**9**	**20,25**	**36**	**56,25**	**81**

5)



6) Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque leur représentation graphique forme une droite passant par l'origine du repère. Or la représentation graphique n'est pas une droite donc les deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.